

KOMBINATORIKA

Véges halmazokkal kapcsolatos problémák megoldása

Összefüggések:

Összeadási szabály

ha $A \cap B = \emptyset$, akkor

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$

Szorzási szabály

Dükkös szorzat

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|$$

Factoriális függvény

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{ha } n=0 \\ n(n-1)! & \text{ha } n>0 \end{cases}$$

VÉGES HALMAZOK RENDEZÉSE

PERMUTÁCIÓ

a) Véges sok páronként különböző elemek sorrendje

$$n! \quad (n \geq 2)$$

b) Véges sok, nem feltétlenül különböző elemek sorrendje

$$\frac{n!}{k_1! k_2! \dots}$$

Feladatok

1. 4 barát hányféleképpen tud külni? $\rightarrow 4!$

2. 2 sárga, 3 piros labda sorrendje $\rightarrow \frac{5!}{2!3!}$

VARIÁCIÓ

Adott n különböző eleműből válasszuk ki k különböző eleműt, a kiválasztás sorrendjét is figyelembe véve

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

Adott n különböző eleműből válasszuk ki k nem feltétlenül különböző eleműt, a kiválasztás sorrendjét is figyelembe véve

$$n^k$$

Feladatok

1. Ötlygiszámú véletlenes tippelés is helyes! (Ötlygiszámú 30 fős)

$$\frac{30!}{28!} = 30 \cdot 29$$

2. A kóvetendő számokból (1,2,3) kiválasztunk 4 jegyű számot

$$3^4$$

KOMBINÁCIÓ

Adott n különböző eleműből válasszuk ki k különböző eleműt, a sorrendet figyelmen kívül hagyva.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Adott n különböző eleműből válasszuk ki k nem feltétlenül különböző eleműt, a sorrendet figyelmen kívül hagyva.

$$\binom{n+k-1}{k}$$

Feladatok

1. Ötös lotó esetén 30 számúval választunk ki 5 számot.

$$\binom{30}{5}$$

2. EMELET SZINT

Összefüggés:

$$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\Rightarrow V_n^k = k! C_n^k$$

BINOMIÁLIS TÉTEL

numerikus szorzatok egyszerűbbé
PASCAL háromszög

$$\begin{array}{ccccccc} (a+b)^0 & & & & & & \\ (a+b)^1 & & 1 & & 1 & & \\ (a+b)^2 & & 1 & & 2 & & 1 \\ (a+b)^3 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ (a+b)^4 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ (a+b)^5 & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (a+b)^5 &= 1 \cdot a^5 \cdot b^0 + 5 \cdot a^4 \cdot b^1 + 10 \cdot a^3 \cdot b^2 + \\ &+ 10 \cdot a^2 \cdot b^3 + 5 \cdot a^1 \cdot b^4 + 1 \cdot a^0 \cdot b^5 = \\ &= \binom{5}{0} a^5 \cdot b^0 + \binom{5}{1} a^4 \cdot b^1 + \binom{5}{2} a^3 \cdot b^2 + \\ &+ \binom{5}{3} a^2 \cdot b^3 + \binom{5}{4} a^1 \cdot b^4 + \binom{5}{5} a^0 \cdot b^5 \end{aligned}$$