Másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség

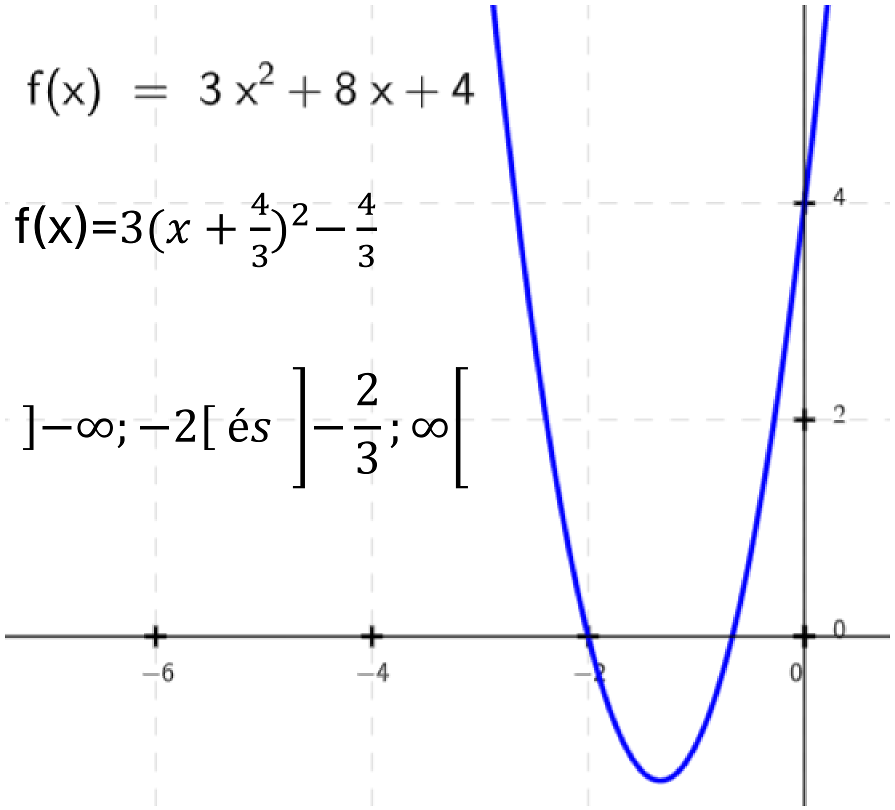
FVH2022

Oldd meg az egyenlőtlenséget!

$3x^2 + 8x + 4 > 0$

Függvényábrázolás

$Zérushelyek: -2; -\frac{2}{3}$



f(x)=$3(x+\frac{4}{3})^2-\frac{4}{3}$

$]-\infty; -2[\text{ és } \left]-\frac{2}{3}; \infty\right[$

Algebrai út

Megoldóképlet eredménye: $-2; -\frac{2}{3}$

$3(x+2)\left(x+\frac{2}{3}\right) > 0 \qquad \frac{+}{+} \; vagy \; \frac{-}{-}$

$x + 2 > 0 \text{ és } x + \frac{2}{3} > 0 \quad vagy \quad x + 2 < 0 \text{ és } x + \frac{2}{3} < 0$

$x > \frac{2}{3}$

$x < -2$

Oldd meg az egyenlőtlenséget

$$\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + 2x - 8} < 0$$

$számláló$ $x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 * 1 * 12}}{2}$

$x_1 = -3 \; x_2 = -4$

$(x+3)(x+4)$

$nevező$ $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 * 1 * -8}}{2}$

$x_1 = 2 \; x_2 = -4$

$(x-2)(x+4)$

$$\frac{(x+3)(x+4)}{(x-2)(x+4)} = \frac{x+3}{x-2} < 0$$

$feltétel: x \neq 2 \text{ és } x \neq -4$

$x + 3 < 0 \text{ és } x - 2 > 0 \; vagy \; x + 3 > 0 \text{ és } x - 2 < 0$

$nincs\ megoldás$ $-3 < x < 2$

Két négyzet kerületének összege 200 cm. Mennyi a területösszegük minimuma?

$K(\text{első négyzet}) = 4a\ ;\ K(\text{második négyzet}) = 4\mathrm{b}$

$4a + 4b = 200$

$a + b = 50 \qquad b = 50 - a$

$T(\text{első négyzet}) + T(\text{második négyzet})\ minimuma\ ?$

$f(x) = a^2 + b^2 = a^2 + (50 - a)^2 = a^2 + 50^2 - 2 * 50 * a + a^2 = 2a^2 - 100a + 2500 = 2(a - 25)^2 + 1250$

$Területösszeg\ minimuma\ 1250. Ebben\ az\ esetben\ az\ a = b = 25$

Egy téglalap alakú kertet 100 m kerítéssel körbe kerítjük. Mekkora a, b ,ha a terület maximális? És ha vízparton vagyunk?

a) $K = 2 * (a + b) = 100$

$b = 50 - a$

$T(maximális) = a * b = a(50 - a) = ?$

$f(x) = -a^2 + 50a = -[a^2 - 50a] = -[(a - 25)^2 - 625] = -(a - 25)^2 + 625$

Válasz: $a = 25$ és $b = 25$; $a\ maximális\ terület\ 625\ cm^2$

$b)\ K = 2a + b = 100 \quad (vízparton\ nincs\ kerítés, legalábbis\ a\ feladat\ szerint)$

$b = 100 - 2a$

$T(maximális) = a * b = a * (100 - 2a) = ?$

$f(x) = -2a^2 + 100a = -2[\ a^2 - 50a] = -2[(a - 25)^2 - 625] = -2(a - 25)^2 + 1250$

$\boldsymbol{Válasz}$: $a = 25$ és $b = 50$ $a\ maximális\ terület\ 1250\ cm^2$

Másodfokú egyenletre vezető

$4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$ $\boldsymbol{x^2 = y}$

$4y^2 - 37y + 9 = 0$

$$y_{1,2} = \frac{37 \pm \sqrt{37^2 - 4 * 4 * 9}}{8} = \frac{37 \pm 35}{8}$$

$y = 9 \rightarrow x = \pm 3$

$$y = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm\frac{1}{2}$$

Másodfokú egyenletre vezető

$x^6 - 9x^3 + 8 = 0$ $\quad$ $\boldsymbol{x^3 = y}$

$y^2 - 9y + 8 = 0$

$$y_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2} = \frac{9 \pm 7}{2}$$

$y_1 = 8 \; \rightarrow x = \pm\sqrt{8}$

$y_2 = 2{,}5 \; \rightarrow x = \pm\sqrt{1{,}58}$