



Statisztika

2022

Számsokaságok statisztikai jellemzői

Átlag	a sokaság elemeinek az összegét elosztjuk az elemek számával
Módusz	a legtöbbször előforduló elem (lehet több módusz is)
Medián $\frac{db + 1}{2}$	a nagyság szerinti felsorolásban páratlan elemszám esetén a középen álló szám, páros elemszám esetén a középen álló két szám átlaga
Terjedelem	a legnagyobb és a legkisebb szám különbsége

Add meg a következő számsokaságok főbb statisztikai jellemzőit! 8, 9, 3, 5, 9, 4

Átlag (\bar{x}) =

Módusz (Mo) =

Medián (Me) =

Terjedelem =

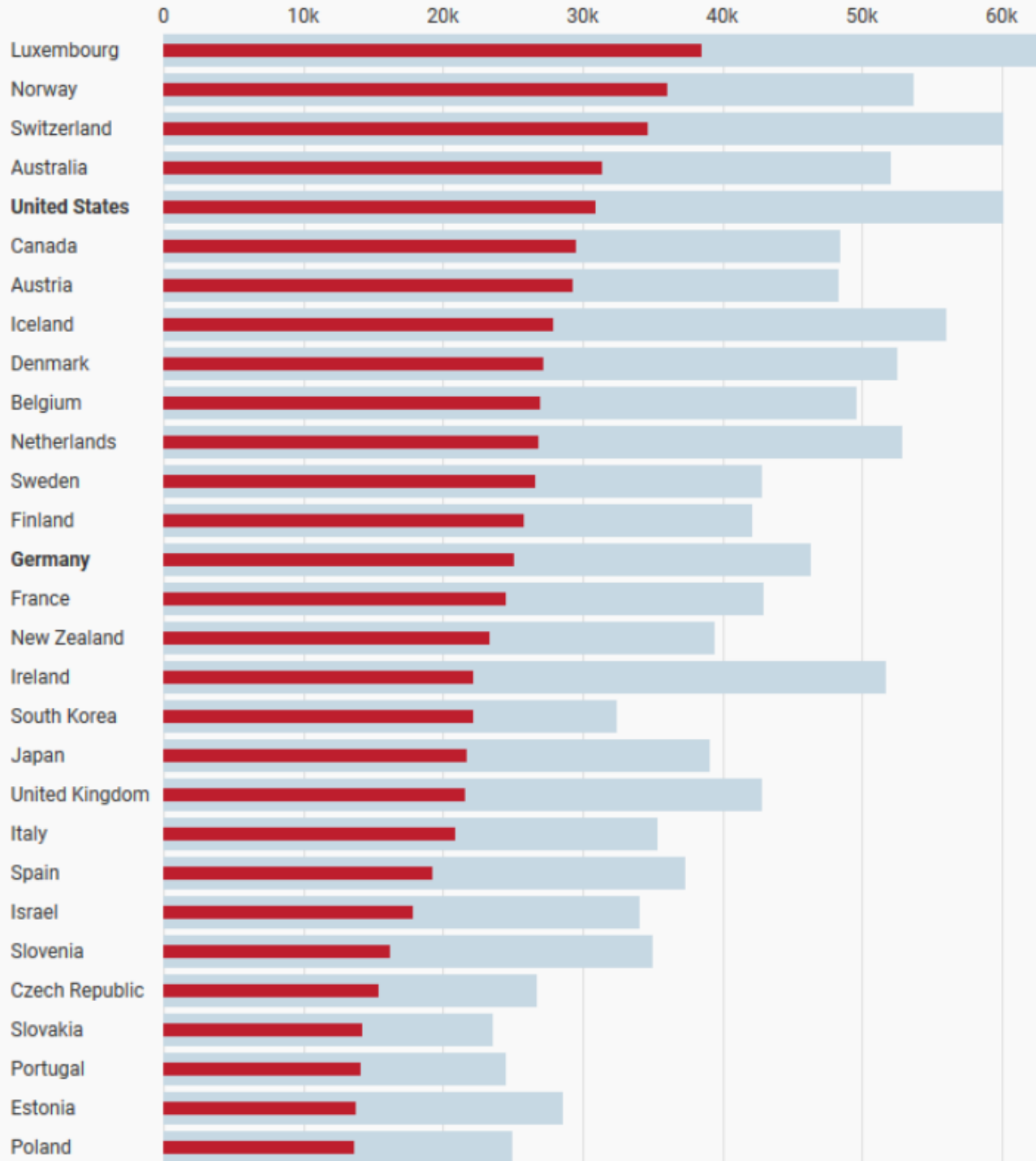
Add meg a következő számsokaságok főbb statisztikai jellemzőit! 8, 9, 3, 5, 9, 4

$$\text{Átlag } (\bar{x}) = \frac{8+9+3+5+9+4}{6} = \frac{38}{6} = 6,33$$

$$\text{Módusz (Mo)} = 9$$

$$\text{Medián (Me)} = (3, 4, 5, 8, 9, 9) = \frac{5+8}{2} = 6,5$$

$$\text{Terjedelem} = 9 - 3 = 6$$



Miért van szükség átlag mellett mediánra is?

Országok fizetése

Átlag: 

Medián: 

1 1 2 4 10

Átlag: 3,6

Medián: 2

1 1 2 4 1000

Átlag: 201,6

Medián: 2

Feladatok

1. Egy 30 számból álló adathalmaznak ismerjük a terjedelmét, átlagát, mediánját és móduszát. A négy közül melyik az a statisztikai jellemző, amelyiknek az értéke biztosan szerepel az adathalmaz elemei között?

Terjedelem: legnagyobb szám – legkisebb szám / nem szerepel biztosan

Átlag: összeg : darabszám / általában nem is egész szám

Medián: páros szám esetén két szám átlaga / nem szerepel biztosan

Módusz: konkrét érték, biztosan szerepel

Feladatok

1. Tizenegy tanuló olyan tesztoldozatot írt, amelyben 100 pontot lehetett elérni. A tanulók elért pontszámai: 100; 100; 100; 63; 62; 60; 12; 12; 6; 2; 0.
 - a) Add meg az elért pontszámok főbb statisztikai jellemzőit!
 - b) A csoportban az a vélemény van többségben, hogy nehéz volt a teszt. Tűsz-e érvelni a többség véleménye mellett a statisztikai mutatókra támaszkodva?

$$\text{Átlag} = 517/11 = 47$$

$$\text{Módusz} = 100$$

$$\text{Medián} = 60$$

$$\text{Terjedelem} = 100 - 0 = 100$$

Az átlag 50% alatti, de a csoport fele 60%-ot írt! Nem volt nehéz.

Egy szabálytalan dobókockát egymás után 120-szor feldobtunk, a dobott számokat pedig sorban feljegyeztük:

Pontszám	1	2	3	4	5	6
Gyakoriság	21	18	4	45	22	10

1.Mennyi a dobott számok átlaga?

2.Mennyi a 120 számból álló számsokaság módusza, mediánja, terjedelme?

3.Hány pont lehet a kocka három pontot tartalmazó lapjával szemközti lapon?

Egy szabálytalan dobókockát egymás után 120-szor feldobtunk, a dobott számokat pedig sorban feljegyeztük:

Pontszám	1	2	3	4	5	6
Gyakoriság	21	18	4	45	22	10

1.Mennyi a dobott számok átlaga? $\frac{1*21+2*18+3*4+4*45+5*22+6*10}{21+18+4+45+22+10} = \frac{419}{120} = 3,49$

2.Mennyi a 120 számból álló számsokaság módusza, mediánja, terjedelme?
Módusz=4 medián=4 terjedelem=5

1.Hány pont lehet a kocka három pontot tartalmazó lapjával szemközti lapon? 4

Feladatok

1. Egy röplabdacsapat pályán lévő 6 játékosának átlagmagassága 172 cm. Egyik játékosukat lecserélik, így az átlagmagasság 174 cm-re változik. Mennyivel magasabb az új játékos annál, akit lecseréltek?

$$\frac{x+y}{6} = 172 \quad y = 1032 - x \quad z - y = 1044 - 1032 = 12$$

$$\frac{x+z}{6} = 174 \quad z = 1044 - x$$

1. Adj meg öt pozitív egész számot úgy, hogy mediánjuk 5, átlaguk 4 legyen!
2. $\frac{x+5}{5} = 4 \quad x = 15$ Az 5 szám: 1; 3; 5; 5; 6

Feladatok

1. Egy adatsokaság hét eleméről a következőket tudjuk. Az adatsokaság egyetlen módusza 42. Az átlag 48, ez megegyezik a mediánnal, és kétszer is szerepel az adatok között. Az adatok terjedelme 16. Határozd meg az adatsokaság elemeit!

4	4	4	4	4		
2	2	2	8	8		

4	4	4	4	4		5
2	2	2	8	8		8

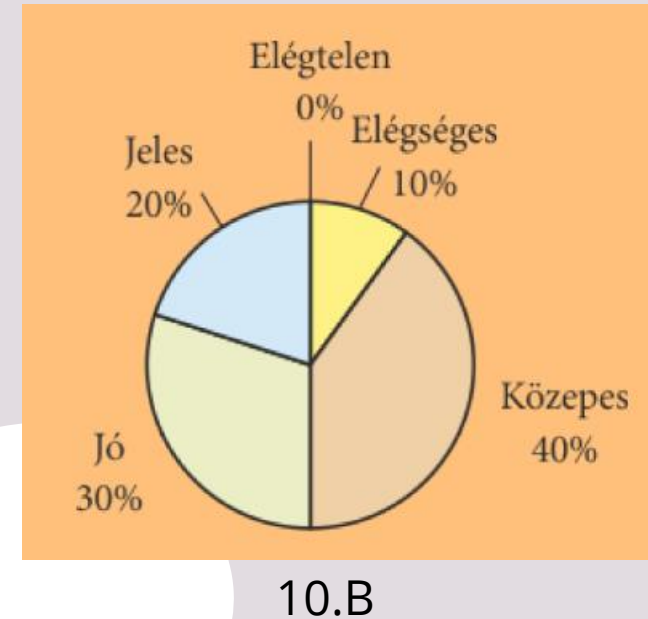
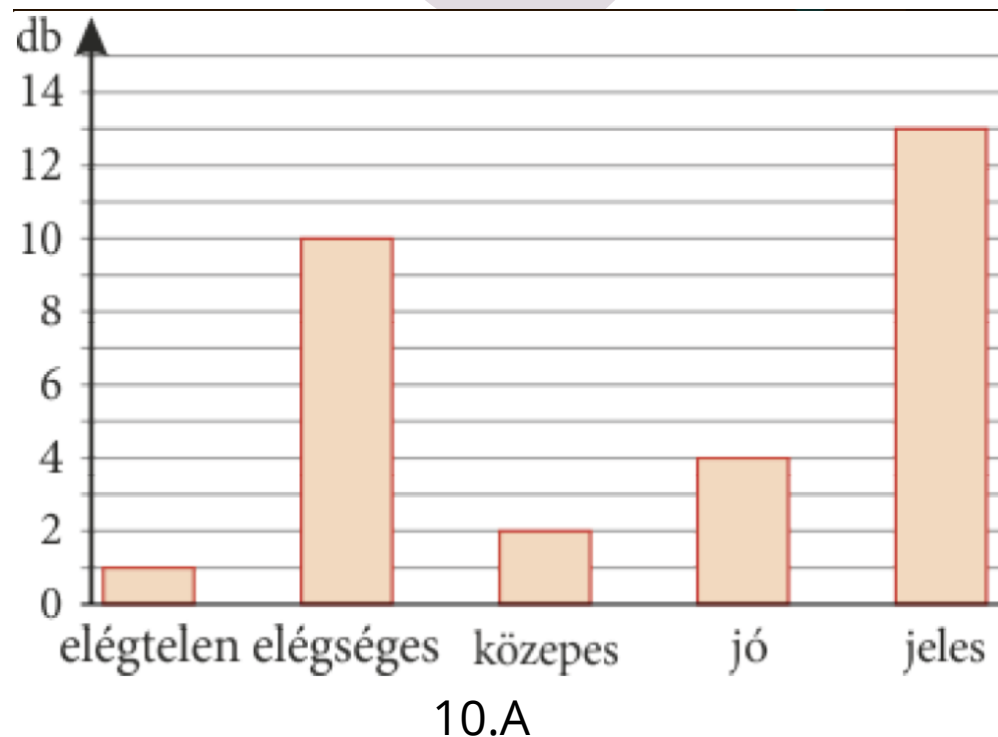
42	42	42	48	48	56	58
----	----	----	----	----	----	----

Két medián van, azaz minimum 3 módusz. Terjedelem miatt $42+16=58$

$$\text{Átlag kiszámolása: } 48 = \frac{x+3 \cdot 42+2 \cdot 48+58}{7} \quad x = 56$$

Diagrammok

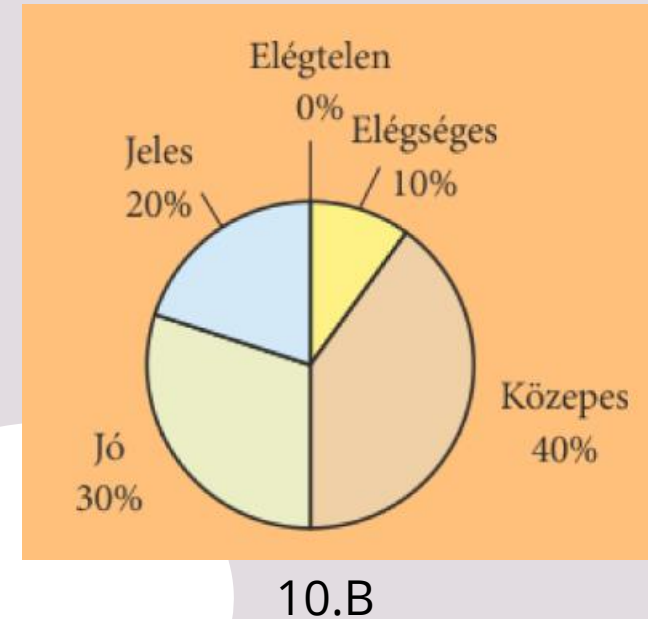
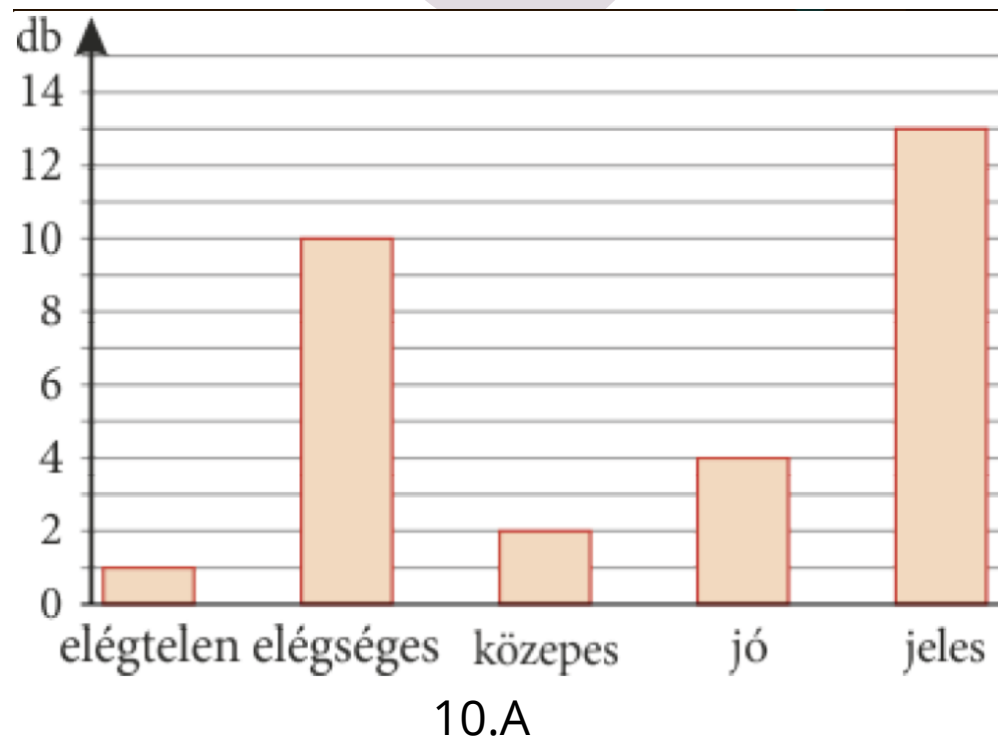
A két diagram a félév végi kémia osztályzatokat mutatja egy iskola 10.A, illetve 10.B osztályában. Szerinted melyik osztályban lettek „jobbak” az eredmények? Milyen érvek szólnak az egyik, milyen érvek a másik osztály mellett?



1. Határozd meg, hogy mennyi a félévi kémiaosztályzatok terjedelme, módusza, mediánja és átlaga az egyes osztályokban!
2. Szerinted melyik osztályban lettek „jobbak” az eredmények?

Diagrammok

A két diagram a félév végi kémia osztályzatokat mutatja egy iskola 10.A, illetve 10.B osztályában. Szerinted melyik osztályban lettek „jobbak” az eredmények? Milyen érvek szólnak az egyik, milyen érvek a másik osztály mellett?



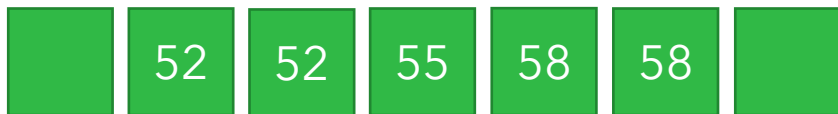
1. Határozd meg, hogy mennyi a félévi kémiaosztályzatok terjedelme, módusza, mediánja és átlaga az egyes osztályokban!
2. Szerinted melyik osztályban lettek „jobbak” az eredmények?

Feladat

Egy természetes számokból álló, hételemű adathalmazról a következőket tudjuk. A medián és a terjedelem is 55, az adathalmaznak két módusza van, az 52 és az 58. Az adathalmaz átlaga szerepel a móduszok között. Határozd meg a számokat!



Ha az átlag 52: $52 \cdot 7 = 364$ $364 - (52 + 52 + 55 + 58 + 58) = 89$
Terjedelem 55: a hiányzó két szám: 0 és 55:



Ha az átlag 58: $58 \cdot 7 = 406$ $406 - (52 + 52 + 55 + 58 + 58) = 131$
Terjedelem 55: a hiányzó két szám: pl. 30 és 101

Feladat

Egy számsokasághoz hozzáveszünk egy újabb számot, a 60-at, így az átlag 1-gyel megnő. Majd még egy számot hozzáveszünk, az 54-et, így az átlag további 0,5-del megnő. Eredetileg hány számot tartalmazott a számsokaság, és mennyi volt a számok átlaga?

$$a) \frac{x}{n} = \text{átlag} \quad b) \frac{x+60}{n+1} = \text{átlag} + 1 \quad c) \frac{x+60+54}{n+2} = \text{átlag} + 1,5$$

$$a) \quad x = n \cdot \text{átlag}$$

$$b) \quad n \cdot \text{átlag} + 60 = n \cdot \text{átlag} + n + \text{átlag} + 1$$

$$c) \quad \underline{n \cdot \text{átlag} + 54 = n \cdot \text{átlag} + 1,5 \cdot n + 2 \cdot \text{átlag} + 3}$$

$$59 = \text{átlag} + n$$

$$\underline{114 = 2 \cdot \text{átlag} + 1,5 \cdot n}$$

$$118 = 2 \cdot \text{átlag} + 2 \cdot n$$

$$\underline{111 = 2 \cdot \text{átlag} + 1,5 \cdot n}$$

$$14 = n$$

$$59 = \text{átlag} + 14$$

$$\text{Átlag} = 59 - 14$$

$$\text{Átlag} = 45$$

Feladatok - osztályosítás:

Egy cég 50 dolgozójának átlagkeresete 358 400 Ft. Közülük a 40 éves vagy annál idősebb dolgozók átlagkeresete 380 000 Ft, a 40 évnél fiatalabbaké 320 000 Ft. Hány 40 évnél fiatalabb dolgozó van a cégnél?

40-nél idősebb	40-nél fiatalabb	Összes dolgozó
db40	Db40f	50
380000	320000	358400

$$380000 * db40 + 320000 * db40f = 50 * 358400$$

$$db40 + db40f = 50$$

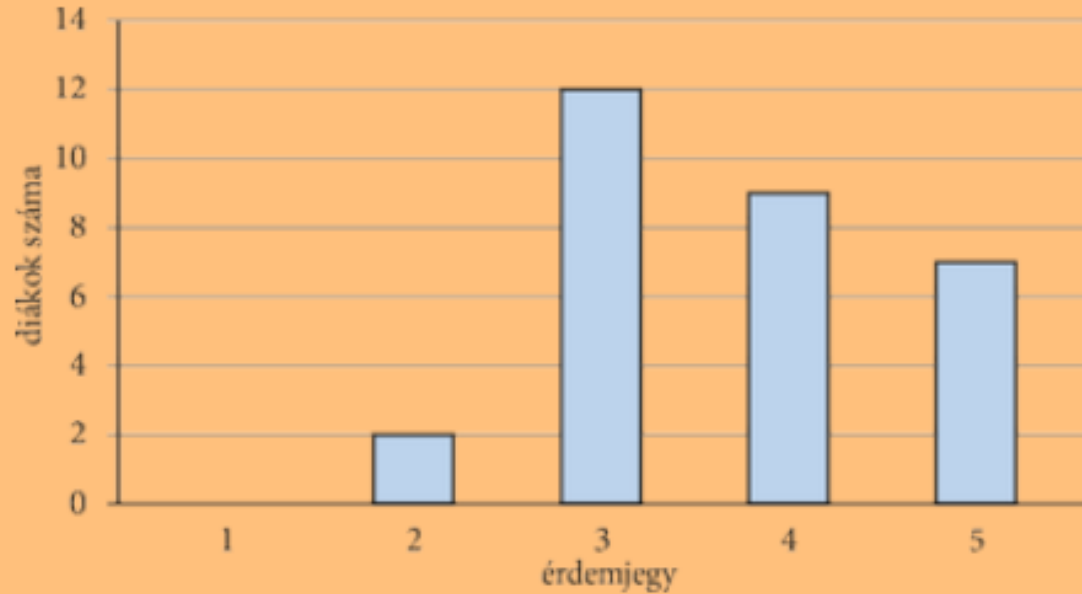
$$380000 * db40 + 320000 * (50 - db40) = 17920000$$

$$60000db40 + 16000000 = 17920000$$

$$Db40 = 32 \text{ fő} \text{ azaz } dbf = 18 \text{ fő}$$



(érettségi feladat, 2017)



Egy 30 fős osztály matematika érettségi vizsgájának érdemjegyei olvashatók le az alábbi diagramról. Add meg az osztály matematika érettségi érdemjegyeinek átlagát, mediánját és móduszát!

$$\text{átlag} = \frac{2 * 2 + 3 * 12 + 4 * 9 + 5 * 7}{2 + 12 + 9 + 7} = \frac{111}{30} = 3,7$$

$$\text{Medián} = (2, 2, 3, 3, 3, \dots, 3, 4, 4, \dots, 4, 5, 5, \dots, 5) = 4$$

$$\text{Módusz} = 3$$