

Ekvivalens egyenletek

Ha két egyenletnek ugyanazon az alaphalmazon ugyanaz a megoldáshalmaza, akkor ezeket az egyenleteket ekvivalensnek mondjuk a tekintett alaphalmazon. Az ekvivalens szó latin eredetű, magyarul egyenértékűt jelent.

Ha olyan átalakításokat végzünk egy egyenlet megoldásakor, amely során nem változnak meg az egyenlet gyökei, akkor azt mondjuk, hogy ekvivalens átalakításokat végeztünk. Például ilyen átalakítás lehet a mérlegelv alkalmazása.

Figyelnünk kell azonban az egyenletek rendezése közben: Behelyettesítéssel ellenőrizni kell, hogy a kapott gyökök megoldásai-e az eredeti egyenletnek.

- Ha négyzetre emeljük egy egyenlet mindkét oldalát, akkor lehetséges, hogy az új egyenletnek már több gyöke van az alaphalmazon, mint az eredeti egyenletnek. Ebben az esetben tehát hamis gyököket kaphatunk.
- Ha az $(f(x))^2=(g(x))^2$ egyenlet helyett az $f(x)=g(x)$ egyenletet vizsgáljuk, akkor lehetséges, hogy az új egyenletnek kevesebb gyöke van, mint az eredetinek, és nem találjuk meg így a feladat összes megoldását. Ilyenkor tehát gyököket veszíthetünk.

Ekvivalens-e az \mathbf{R} alaphalmazon

a) az $\frac{x^2+2x}{x} = 2$ egyenlet és az $x^2 + 2x = 2x$ egyenlet;

b) az $5x + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$ egyenlet és az $5x = 0$ egyenlet;

c) az $\frac{(x-3)(x+5)}{(x+2)(x+5)} = -\frac{2}{3}$ egyenlet és a $3(x-3) = -2(x+2)$ egyenlet?