

Algebrai törtek, kifejezések

FVH





Hatványozás

n db

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a, \text{ ahol } a \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{Z}^+$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \text{ ahol } a \in \mathbf{R} \quad n, m \in \mathbf{Z}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad a \neq 0, a \in \mathbf{R} \quad n, m \in \mathbf{Z}$$

$$\left((a)^n \right)^k = a^{n \cdot k} \quad a \in \mathbf{R} \quad n, k \in \mathbf{Z}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad a, b \in \mathbf{R} \quad n \in \mathbf{Z}$$

$$\left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad a \in \mathbf{R} \quad b \neq 0 \quad n \in \mathbf{Z}$$

$$a^1 = a, \text{ ahol } a \in \mathbf{R}$$

A nulladik hatvány definíciója:

$$a^0 = 1, \text{ ahol } a \neq 0$$

Negatív egész kitevőjű hatvány:

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a} \right)^n, \text{ ahol } a \neq 0, n \in \mathbf{Z}^+$$



Algebrai kifejezések és műveletek

algebrai egész kifejezés:
nincs kijelölve betűs
kifejezéssel való osztás
= polinom $3x^5 - 2y + 8$

algebrai tört:
van a nevezőben változó

$$\frac{x + y}{x - y} ; x \neq y$$

Műveletek:

$$3a^2b + 5ab - \frac{1}{2}a^2b + 11ab = \frac{5}{2}a^2b + 16ab$$

$$\frac{1}{2}a^2b \cdot \frac{4}{3}a^5b \cdot b^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot a^{2+5} \cdot b^{1+1+3} = \frac{2}{3}a^7 \cdot b^5$$

$$(x - 4) \cdot (y - 5) = xy - 5x - 4y + 20$$

$$\frac{5x}{7y} - \frac{13z}{6y}, \text{ a nevező nem lehet } 0, 7y \neq 0 \text{ és } 6y \neq 0$$

$$\text{vagyis } y \neq 0$$

Értelmezési tartomány:

$$x; z \in \mathbb{R} \text{ és } y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\frac{5x}{7y} - \frac{13z}{6y} = \frac{30x}{42y} - \frac{91z}{42y} = \frac{30x - 91z}{42y}$$

Nevezetes szorzatok

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^n - b^n = (a-b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \dots + a^2 \cdot b^{n-3} + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$$

Szorzáttá alakítás

Kiemeléssel:

$$3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1)$$
$$\frac{10x^3 - 2x^2 + 6x}{5x^3 + 15x} = \frac{2x(5x^2 - 1x + 3)}{5x(x^2 + 3)}$$

Csoportosítással:

$$5ax + 4bx + 5ay + 4by = 5a(x+y) + 4b(x+y) = (x+y)(5a+4b)$$

Nevezetes szorzatok:

$$16x^2 + 8x + 1 = (4x + 1)^2$$

Tk 32/házi feladat

3. Alakítsd szorzattá a következő kifejezéseket!

a) $20x^3y - 15x^2y$

b) $7x^2 - 14x + 8xy - 16y$

c) $2ax + 2bx + a + b$

d) $x^2 - 2y - xy + 2x$

e) $x^{n+2} + x^n$

a) $5x^2y(4x - 3)$

b) $7x(x - 2) + 8y(x - 2) = (x - 2)(7x + 8y)$

c) $2x(a + b) + (a + b) = (a + b)(2x + 1)$

d) $x(x - y) + 2(x - y) = (x - y)(x + 2)$

e) $x^2x^n + x^n = x^n(x^2 + 1)$

$64a^2 - 48a + 9$

$(8a - 3)^2$

$2a(c - d) - 3b(c - d)$

$(2a - 3b)(c - d)$

$a^3 - 9a$

$a(a + 3)(a - 3)$

$a^2 - 25$

$(a - 5)(a + 5)$

$3a - 6b$

$3(a - 2b)$

$64a^2 + 48a + 9$

$(8a + 3)^2$