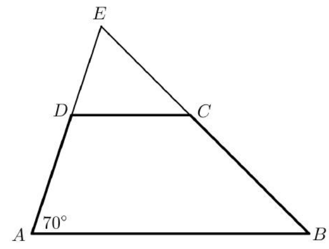
II.

13. Az $ABCD$ trapéz oldalainak hossza: $AB = 10$ cm; $CD = 6$ cm; $AD = 7$ cm. Az A csúcsnál fekvő belső szög nagysága 70°.



a) Mekkora távolságra van a D pont az AB oldaltól?

b) Számítsa ki a négyszög AC átlójának hosszát!

Az E pont az AD és BC szárak egyenesének metszéspontja.

c) Számítsa ki az ED szakasz hosszát!

14. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$|x-3| = 3x-1$$

Az $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R};\, f(x) = a \cdot x + b$ lineáris függvény zérushelye –4. Tudjuk továbbá, hogy az $x = 4$ helyen a függvényérték 6.

b) Adja meg a és b értékét!

15. Zsuzsa nagyszülei elhatározzák, hogy amikor unokájuk 18 éves lesz, akkor vásárlási utalványt adnak neki ajándékba. Ezért Zsuzsa 18. születésnapja előtt 18 hónapon keresztül minden hónapban félretesznek valamekkora összeget úgy, hogy Zsuzsa 18. születésnapján éppen 90 000 forintjuk legyen erre a célra. Úgy tervezik, hogy az első alkalom után mindig 200 forinttal többet tesznek félre, mint az előző hónapban.

a) Terveik szerint mennyi pénzt tesznek félre az első, és mennyit az utolsó alkalommal?

Zsuzsa egyik testvére hét évvel idősebb a másik testvérénél. A két testvér életkorának mértani közepe 12.

b) Hány éves Zsuzsa két testvére?

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Egy idén megjelent iparági előrejelzés szerint egy bizonyos alkatrész iránti kereslet az elkövetkező években emelkedni fog, minden évben az előző évi kereslet 6%-ával. (A kereslet az adott termékből várhatóan eladható mennyiséget jelenti.)

a) Várhatóan hány százalékkal lesz magasabb a kereslet 5 év múlva, mint idén?

Az előrejelzés szerint ugyanezen alkatrész ára az elkövetkező években csökkeni fog, minden évben az előző évi ár 6%-ával.

b) Várhatóan hány év múlva lesz az alkatrész ára az idei ár 65%-a?

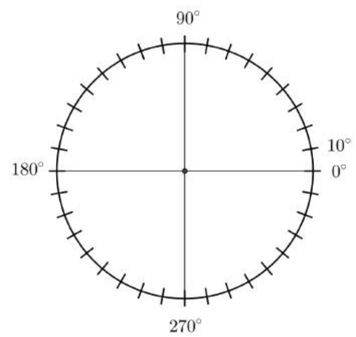
Egy cég az előrejelzésben szereplő alkatrész eladásából szerzi meg bevételeit. A cég vezetői az elkövetkező évek bevételének tervezésénél abból indulnak ki, hogy a fentiek szerint a kereslet évente 6%-kal növekszik, az ár pedig évente 6%-kal csökken.

c) Várhatóan hány százalékkal lesz alacsonyabb az éves bevétel 8 év múlva, mint idén?

A kérdéses alkatrész egy forgáskúp alakú tömör test. A test alapkörének sugara 3 cm, alkotója 6 cm hosszú.

d) Számítsa ki a test térfogatát!

17. Egy webáruházba való belépés előzetes regisztrációhoz kötött, melynek során a regisztráló életkorát is meg kell adni. Az adatok alapján a 25 560 regisztráló közül 28 évesnél fiatalabb 7810 fő, 55 évesnél idősebb 4615 fő, a többiek 28 és 55 év közöttiek.



a) Készítsen a létszámadatok alapján kördiagramot, kiszámítva a három körcikkhez tartozó középponti szögeket is!

A webáruház üzemeltetői a vásárlói szokásokat szeretnék elemezni, ezért a regisztráltak közül véletlenszerűen kiválasztanak két személyt.

b) Adja meg annak valószínűségét, hogy az egyik kiválasztott személy 28 évesnél fiatalabb, a másik 55 évesnél idősebb!

A regisztráltak egy része vásárol is a webáruházban. A vásárlók között a 28 év alattiak éppen kétszer annyian vannak, mint az 55 évesnél idősebbek. A 28 év alattiak az elmúlt időszakban összesen 19 325 700 Ft, az 55 év felettiek 17 543 550 Ft értékben vásároltak. Az 55 év felettiek átlagosan 2410 Ft-tal költöttek többet, mint a 28 év alattiak.

c) Számítsa ki, hány 55 év feletti vásárlója volt a webáruháznak, és adja meg, hogy ezek a vásárlók átlagosan mennyit költöttek!

18. A biológiaérettségi egyik tesztkérdésénél a megadott öt válaszlehetőség közül a két jót kell megjelölni.

a) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az öt lehetőség közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva a két jó választ találjuk el!

Nóri, Judit és Gergő egy 58 kérdésből álló biológiateszttel mérik fel tudásukat az érettségi előtt. A kitöltés után, a helyes válaszokat megnézve az derült ki, hogy Nóri 32, Judit 38 kérdést válaszolt meg helyesen, és 21 olyan kérdés volt, amelyre mindketten jó választ adtak. Megállapították azt is, hogy 11 kérdésre mindhárman helyesen válaszoltak, és Gergő helyesen megoldott feladatai közül 17-et Nóri is, 19-et Judit is jól oldott meg. Volt viszont 4 olyan kérdés, amelyet egyikük sem tudott jól megválaszolni.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy kérdést véletlenszerűen kiválasztva, arra Gergő helyes választ adott!
Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Nóri a biológia és a kémia szóbeli érettségire készül. Biológiából 28, kémiából 30 tételt kell megtanulnia. Az első napra mindkét tárgyból 3-3 tételt szeretne kiválasztani, majd a kiválasztott tételeket sorba állítani úgy, hogy a két tantárgy tételei felváltva kövessék egymást.

c) Számítsa ki, hányféleképpen állíthatja össze Nóri az első napra szóló tanulási programját!

Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	15a	15b	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c
3	4	4	7	6	7	5	3	5	5	4	5	4	8	3	8	6

II.

13. Az *e* egyenes egyenlete: $3x + 7y = 21$.

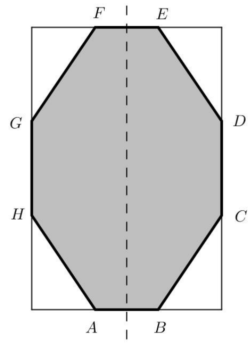
a) A $P(-7; p)$ pont illeszkedik az *e* egyenesre. Adja meg *p* értékét!

Az *f* egyenes illeszkedik a $Q(1; -2)$ pontra, és merőleges az *e* egyenesre.

b) Írja fel az *f* egyenes egyenletét!

A *g* egyenes egyenlete: $y = -\frac{3}{7}x + 5$.

c) Igazolja, hogy az *e* és *g* egyenesek párhuzamosak egymással!



14. Egy téglalap alakú papírlap oldalai 12 és 18 cm hosszúak. A szomszédos oldalak harmadolópontjait összekötve a lap négy sarkát egy-egy egyenes szakasszal levágjuk. Így az *ABCDEFGH* nyolcszöglapot kapjuk.

a) Számítsa ki a nyolcszög *B* csúcsánál fekvő belső szög nagyságát!

A papírlapon a nyolcszög oldalait piros színnel rajzoljuk át, és mind a 20 átlóját kék színnel húzzuk be.

b) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az így kiszínezett 28 szakaszból hármat véletlenszerűen kiválasztva 1 piros és 2 kék lesz a kiválasztott szakaszok között!

A nyolcszöget megforgatjuk az ábrán berajzolt (az eredeti téglalap hosszabb oldalával párhuzamos) szimmetriatengelye körül.

c) Számítsa ki az így keletkező forgástest térfogatát!

15. a) Számítsa ki az $f\colon \mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = 3\cdot 2^{x-1}$ függvény $x = 6$ helyen felvett értékét!

b) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$3\cdot 2^{x-1} = 0{,}375$$

c) Adott az a mértani sorozat, melynek *n*-edik tagja: $a_n = 3\cdot 2^{n-1}$

Számítsa ki a sorozat első 10 tagjának összegét!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. A népszámlálások során felmérik a Magyarországon élő családok számát és jellemzőit. Mindegyik népszámlálásnál minden egyes családról feljegyzik, hogy mennyi a családban az eltartott gyermekek száma, majd az így kapott adatokat összesítik.

Az 1990-es és a 2011-es adatok összesítésének eredményét a következő táblázat mutatja. (Például 2011-ben az összes család 5%-ában volt 3 az eltartott gyermekek száma.)

	A családok megoszlása	
Az eltartott gyermekek száma	1990	2011
0	48%	52%
1	26%	25%
2	21%	16%
3	4%	5%
4 vagy több	1%	2%

Azt tudjuk még, hogy a családok száma 1990-ben 2 896 ezer, 2011-ben 2 713 ezer volt.

a) Számítsa ki, hogy 1990-ről 2011-re hány százalékkal változott azoknak a családoknak a száma, amelyekben nem volt eltartott gyermek!

b) Számítsa ki, hogy átlagosan hány eltartott gyermek jutott egy családra 2011-ben! (A 4 vagy több eltartott gyermeket nevelő családokban a gyermekek számát tekintse 4-nek.)

A népszámlálások során a háztartások számát is felmérték. A háztartások száma 1990-ről 2001-re 0,7%-kal csökkent, majd 2001-ről 2011-re 6,3%-kal nőtt, és így 2011-ben 4 106 ezer lett.

c) Mennyi volt a háztartások száma ezerre kerekítve 1990-ben?

Az egyszemélyes háztartások száma 1990-ben 946 ezer volt, majd 2011-re ez a szám 1 317 ezerre nőtt. Szeretnénk ezeket az adatokat egy plakáton két olyan körlappal ábrázolni, amelyek területe az adatok nagyságával egyenesen arányos. Az 1990-es év adatát egy 4,5 cm sugarú körlappal jelenítjük meg.

d) Mekkora legyen a 2011-es adatot ábrázoló körlap sugara?

17. István a családjával nyári utazásra készül. Debrecenből Bajára szeretnének eljutni autóval. Az útvonaltervező honlap két útvonalat javasol.

Az egyik nagyrészt autópályán halad, de 140 kilométerrel hosszabb, mint a másik, amelyik lakott területeken is átmegy. A hosszabb útvonal esetében az útvonaltervező 106 km/h átlagsebességgel, a rövidebb esetében pedig 71 km/h átlagsebességgel számol. Így a honlap az utazási időt mindkét esetben ugyanannyinak mutatja.

a) Számítsa ki a rövidebb útvonal hosszát!

Istvánék egy korábbi alkalommal autóval utaztak Debrecenből Badacsonyba. Az út hossza 396 kilo-méter volt. Az autó átlagos benzinfogyasztása 6,5 liter 100 kilométerenként. Egy liter benzin ára 420 Ft.

b) Hány forint volt a benzinköltség ezen az úton?
Válaszát ezer forintra kerekítve adja meg!

Mikor megérkeztek, István kiszámolta, hogy ha a 396 kilométeres út során az átlagsebességük 16 km/h-val nagyobb lett volna, akkor egy órával rövidebb ideig tartott volna az út.

c) Számítsa ki Istvánék autójának átlagsebességét ezen az úton!

18. Három végzős diáknak olyan mobiltelefonja van, amelyen be lehet állítani, hogy hány számjegyű legyen a telefon bekapcsolásához szükséges számkód.
Anna olyan kódot szeretne, amely ötjegyű, csak a 2-es és a 9-es számjegy szerepel benne, mindkettő legalább egyszer.

a) Hányféle kód közül választhat Anna?

Béla kódja egy olyan hattal osztható, csupa különböző számjegyből álló háromjegyű szám, melynek minden számjegye prímszám, és amelynek számjegyei (balról jobbra haladva) csökkenő sorrendben követik egymást.

b) Adja meg Béla kódját!

Gabi elfelejtette a saját kódját. Arra emlékszik, hogy hatjegyű volt, két 3-as, két 4-es, egy 5-ös és egy 6-os számjegy szerepelt benne. Gabi az ilyen kódok közül véletlenszerűen kiválaszt egyet.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy éppen a helyes kódot választja ki!

Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c
2	4	4	3	4	7	2	6	4	5	3	5	4	6	3	8	5	6	6

II.

13. Egy számtani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32; *a* és 18.

a) Határozza meg az *a* értékét és a sorozat differenciáját!

Egy mértani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32; *b* és 18.

b) Határozza meg a *b* értékét és a sorozat hányadosát!

A 32; *c* és 18 számokról tudjuk, hogy a három szám átlaga kettővel kisebb, mint a mediánja, továbbá $32 > c > 18$.

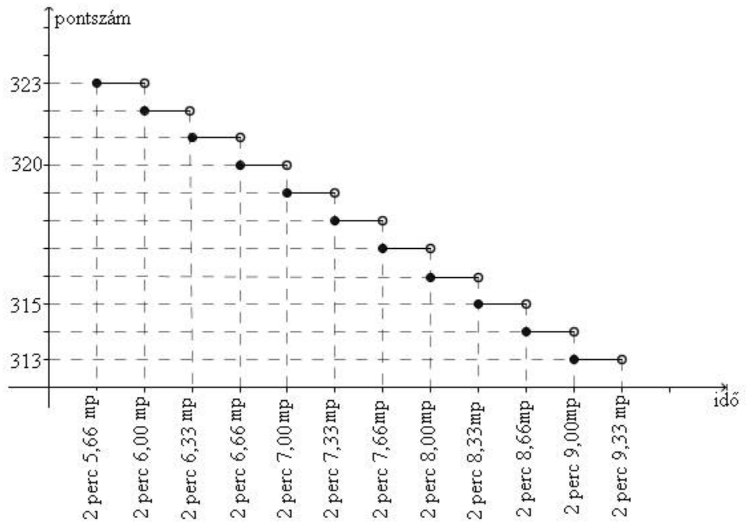
c) Határozza meg a *c* értékét!

14. Egy öttusaversenyen 31 résztvevő indult. A vívás az első szám, ahol mindenki mindenkivel egyszer mérkőzik meg. Aki 21 győzelmet arat, az 250 pontot kap. Aki ennél több győzelmet arat, az minden egyes további győzelemért 7 pontot kap a 250 ponton felül. Aki ennél kevesebbszer győz, attól annyiszor vonnak le 7 pontot a 250-ből, ahány győzelem hiányzik a 21-hez. (A mérkőzések nem végződhetnek döntetlenre.)

a) Hány pontot kapott a vívás során Péter, akinek 5 veresége volt?

b) Hány győzelme volt Bencének, aki 215 pontot szerzett?

Az öttusa úszás számában 200 métert kell úszni. Az elért időeredményekért járó pontszámot mutatja a grafikon.



c) Jelölje meg az alábbi két kérdés esetén a helyes választ!

Hány pontot kapott Robi, akinek az időeredménye 2 perc 6,28 másodperc?

A: 320 **B:** 321 **C:** 322 **D:** 323

Péter 317 pontot kapott. Az alábbiak közül válassza ki Péter időeredményét!

A: 2 perc 7,00 mp **B:** 2 perc 7,60 mp **C:** 2 perc 7,80 mp **D:** 2 perc 8,00 mp

Az öttusa lovaglás számában egy akadálypályán tizenkét különböző akadályt kell a versenyzőnek átugratnia. Egy akadály a nehézsége alapján három csoportba sorolható: *A*, *B* vagy *C* típusú. Ádám a verseny előtti bemelegítéskor először az öt darab *A*, majd a négy darab *B*, végül a három darab *C* típusú akadályon ugrat át, mindegyiken pontosan egyszer. Bemelegítéskor az egyes akadálytípusokon belül a sorrend szabadon megválasztható.

d) Számítsa ki, hogy a bemelegítés során hányféle sorrendben ugrathatja át Ádám a tizenkét akadályt!

15. Az *ABC* derékszögű háromszög *AC* befogója 6 cm, *BC* befogója 8 cm hosszú.

a) Számítsa ki az *ABC* háromszög hegyesszögeinek nagyságát!

A *DEF* derékszögű háromszög *DE* befogója 7 cm-rel rövidebb, mint a *DF* befogó. Az átfogó 2 cm-rel hosszabb, mint a *DF* befogó.

b) Számítsa ki a *DEF* háromszög oldalainak hosszát!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektorok 120°-os szöget zárnak be egymással, és mindkét vektor hossza 5 egység.

a) Számítsa ki az $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ vektor hosszát!

b) Számítsa ki az $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ vektor hosszát!

A *PRST* rombusz középpontja a *K* (4; –3) pont, egyik csúcspontja a *T* (7; 1) pont. Tudjuk, hogy az *RT* átló hossza fele a *PS* átló hosszának.

c) Adja meg a *P*, az *R* és az *S* csúcsok koordinátáit!

17. Egy 2014 végén készült előrejelzés szerint az Indiában élő tigrisek *t* száma az elkövetkező években (az egyes évek végén) megközelítőleg a következő összefüggés szerint alakul: $t(x) = 3600 \cdot 0{,}854^x$, ahol *x* a 2014 óta eltelt évek számát jelöli.

a) Számítsa ki, hogy az előrejelzés alapján 2016 végére hány százalékkal csökken a tigrisek száma a 2014-es év végi adathoz képest!

b) Melyik évben várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökken?

Egy állatkert a tigrisek fennmaradása érdekében tenyésztő programba kezd. Beszereznek 4 hím és 5 nőstény kölyöktigrist, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

(I) háromnál kevesebb tigris egyik kifutóban sem lehet;
(II) a nagyobb kifutóba több tigris kerül, mint a kisebbikbe;
(III) mindkét kifutóban hím és nőstény tigrist is el kell helyezni;
(IV) egyik kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény tigris.

c) Hányféleképpen helyezhetik el a 9 tigrist a két kifutóban?
(A tigriseket megkülönböztetjük egymástól, és két elhelyezést eltérőnek tekintünk, ha van olyan tigris, amelyik az egyik elhelyezésben más kifutóban van, mint a másik elhelyezésben.)

18. Egy műanyag termékeket gyártó üzemben szabályos hatoldalú csonkagúla alakú, felül nyitott virágtartó dobozokat készítenek egy kertészet számára (lásd az ábrát). A csonkagúla alaplapja 13 cm oldalú szabályos hatszög, fedőlapja 7 cm oldalú szabályos hatszög, az oldalélei 8 cm hosszúak.

a) Egy műanyagöntő gép 1 kg alapanyagból (a virágtartó doboz falának megfelelő anyagvastagság mellett) 0,93 m^2 felületet képes készíteni. Számítsa ki, hány virágtartó doboz készíthető 1 kg alapanyagból!

A kertészetben a sok virághagymának csak egy része hajt ki: 0,91 annak a valószínűsége, hogy egy elültetett virághagyma kihajt.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 10 darab elültetett virághagyma közül legalább 8 kihajt! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	14c	14d	15a	15b	16a	16b	16c	17a	17b	17c	18a	18b
3	5	5	3	3	2	4	3	8	3	4	10	4	5	8	11	6

II.

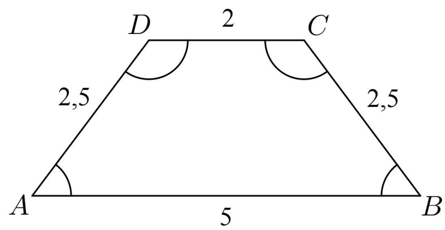
13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$7-2(x+5)=\frac{x+6}{4}+\frac{x+2}{2}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2-2-2\le 0$$

14. Az *ABCD* húrtrapéz oldalainak hossza:
$AB = 5$ cm, $BC = 2{,}5$ cm, $CD = 2$ cm és $DA = 2{,}5$ cm.



a) Számítsa ki a trapéz szögeit!

b) Határozza meg az *ABC* és *ACD* háromszögek területének arányát!

c) A trapéz belső szögeit egy-egy 5 mm sugarú körívvel jelöltük. Számítsa ki a négy körív hosszának összegét!

15. A kereskedelemmel foglalkozó cégek között több olyan is van, amely állandóan emelkedő fizetéssel jutalmazza a dolgozók munkavégzését. Péter munkát keres, és két cég ajánlata közül választhat:

I. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 5000 Ft-tal emelnek négy éven át.

II. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 2%-kal emelnek négy éven át.

a) Melyik ajánlatot válassza Péter, ha tervei szerint négy évig a választott munkahelyen akar dolgozni, és azt az ajánlatot szeretné választani, amelyik a négy év alatt nagyobb összjövedelmet kínál?

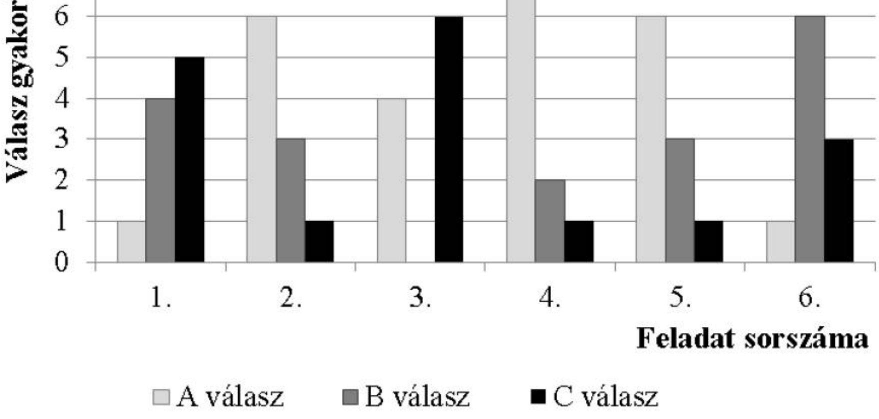
A Péter szerződésében szereplő napi 8 óra munkaidő rugalmas, azaz lehetnek olyan napok, amikor 8 óránál többet, és olyanok is, amikor kevesebbet dolgozik. 6 óránál kevesebbet, illetve 10 óránál többet sosem dolgozik egy nap. Az alábbi táblázatban Péter januári munkaidő-kimutatásának néhány adata látható.

Napi munkaidő (óra)	6	7	8	9	10
Hány munkanapon dolgozott ennyi órát?	4	5			3

b) Számítsa ki a táblázatból hiányzó két adatot, ha tudjuk, hogy január hónap 22 munkanapján Péter átlagosan naponta 8 órát dolgozott!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Egy hatkérdéses tesztben minden kérdésnél a megadott három lehetőség (A, B és C) közül kellett kiválasztani a helyes választ. A tesztet tíz diák írta meg. Az alábbi diagram az egyes feladatokra adott válaszok eloszlását mutatja.



A teszt értékelésekor minden helyes válaszra 1 pont, helytelen válaszra pedig 0 pont jár.
Tudjuk, hogy a tíz diák összesen 35 pontot szerzett.

a) Határozza meg az összes jó és az összes rossz válasz számát, és készítsen ezekről kördiagramot!

b) Igaz-e, hogy minden kérdésre az a jó válasz, amit a legtöbben jelöltek be? Válaszát indokolja!

Éva, János és Nóra is megírták ezt a tesztet. Egyetlen olyan kérdés volt, amelyre mindhárman jól válaszoltak. Három olyan kérdés volt, amit Éva és János is jól válaszolt meg, kettő olyan, amire János és Nóra is, és egy olyan, amire Nóra és Éva is jó választ adott. Két olyan kérdés volt, amelyet csak egyvalaki oldott meg helyesen hármuk közül.

c) Hány pontot szereztek ők hárman összesen ezen a teszten?

Az egyik diák nem készült fel a tesztre, válaszait tippelve, véletlenszerűen adja meg.

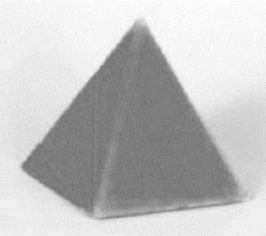
d) Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy jó válasza a tesztben?

17. a) Az ABC háromszög két csúcsa $A(-3; -1)$ és $B(3; 7)$, súlypontja az origó.
Határozza meg a C csúcs koordinátáit!

b) Írja fel a hozzárendelési utasítását annak a lineáris függvénynek, mely –3-hoz –1-et és 3-hoz 7-et rendel! (A hozzárendelési utasítást $x \mapsto ax+b$ alakban adja meg!)

c) Adott az $A(-3; -1)$ és a $B(3; 7)$ pont.
Számítsa ki, hogy az x tengely melyik pontjából látható derékszögben az AB szakasz!

18. Zsófi gyertyákat szeretne önteni, hogy megajándékozhassa a barátait. Öntőformának egy négyzet alapú szabályos gúlát választ, melynek alapéle 6 cm, oldaléle 5 cm hosszúságú. Egy szaküzletben 11 cm oldalú, kocka alakú tömbökben árulják a gyertyának való viaszt. Ezt megolvasztva és az olvadt viaszt a formába öntve készülnek a gyertyák. (A számítások során tekintsen el az olvasztás és öntés során bekövetkező térfogatváltozástól.)



a) Legfeljebb hány gyertyát önthet Zsófi egy 11 cm oldalú, kocka alakú tömbből?

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnel, kékkel vagy zölddel fogja színezni.

b) Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni?
(Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgatással nem vihetők egymásba.)

Zsófi a gyertyák öntéséhez három különböző fajta „varázskanócot” használ. Mindegyik fajta „varázskanóc” fehér színű, de meggyújtáskor (a benne lévő anyagtól függően) az egyik fajta piros, a másik lila, a harmadik narancssárga lánggal ég. Zsófi hétfőn egy dobozba tesz 6 darab gyertyát, mindhárom fajtából kettőt-kettőt. Keddtől kezdve minden nap véletlenszerűen kivesz egy gyertyát a dobozból, és meggyújtja.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Zsófi az első három nap három különböző színű lánggal égő gyertyát gyújt meg!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c
5	5	5	5	3	7	6	4	3	5	5	3	5	9	6	6	5

II.

13. Legyen az f függvény értelmezési tartománya a [– 4; 3] intervallum, és $f(x) = 2 - |x|$ minden $x \in [-4; 3]$ esetén.

a) Számítsa ki az f függvény helyettesítési értékét a –2,85 helyen!

b) Ábrázolja az f függvényt és állapítsa meg az értékkészletét!

c) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$5^{2-|x|} = \frac{1}{5}$$

14. Ismert, hogy négyféle vércsoport van: 0 (nullás), A, B és AB, továbbá azt is tudjuk, hogy egy adott vércsoporton belül kétféle lehet az Rh-faktor: pozitív vagy negatív.
Egy vérellátó központ legutóbbi akciójában 400 véradó vett részt. Mindegyik véradótól egy egység vért vettek le. Az így összegyűjtött 400 egység vérről az alábbi táblázatot készítették:

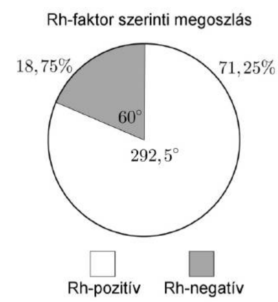
	Vércsoport			
	0	**A**	**B**	**AB**
Rh-pozitív	100	148	51	26
Rh-negatív	25	31	13	6

a) A táblázat alapján számítsa ki az egyes vércsoportok relatív gyakoriságát a 400 elemű mintában, és írja az eredmények két tizedesjegyre kerekített értékét az alábbi táblázat megfelelő mezőibe!

	Vércsoport			
	0	**A**	**B**	**AB**
Relatív gyakoriság				

b) A nullás vércsoportú véradók közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva mekkora annak a valószínűsége, hogy egyikük Rh-pozitív, a másikuk Rh-negatív lesz? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

c) Egy alkalmazott a 400 véradóról kimutatást készített, és ezt az itt látható kördiagramon szemléltette. Mielőtt a diagramot nyilvánosságra hoznák, ellenőrizni kell a rajta szereplő adatokat.
Ellenőrizze a kördiagramon szereplő adatokat, és utána töltse ki az alábbi táblázatot!
(A táblázat sötétített mezőit már ellenőriztük, azokba ne írjon!)



	Helyes-e a diagramon megadott érték? (igen-nem)	Ha a diagramon megadott érték nem helyes, akkor a helyes érték ennyi
Az Rh-pozitív vércsoportúak százalékos aránya		
Az Rh-negatív vércsoportúak százalékos aránya	**igen**	–
Az Rh-pozitív vércsoportúakat szemléltető körcikk középponti szöge		
Az Rh-negatív vércsoportúakat szemléltető körcikk középponti szöge		

15. Egy 19 méter sugarú körben az AC húr 40°-os szöget zár be az AB átmérővel.
Az AB és az AC szakaszok a körlapot három részre osztják.

a) Számítsa ki mindhárom rész területét!
Válaszait m^2-ben, egészre kerekítve adja meg!

b) Számítsa ki a BC szakasz hosszát!
Válaszát méterben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. A dél-franciaországi Orange városában található az egyik legjobb állapotban fennmaradt antik színház. Félkör alakú nézőterének első sorában 60 ülőhely van, majd a második sortól kezdve minden sorban az előző sornál 6-tal több ülőhelyről tudják nézni az előadást. (A képen a nézőtér egy részlete látható.)

a) Hány ülőhely van a 17. sorban?

b) A színházról szóló prospektusból kiderül, hogy összesen 6786 ülőhely van a nézőtéren. Hány sor van a színház nézőterén?

Egy mértani sorozat első tagja 60, hányadosa 1,1.

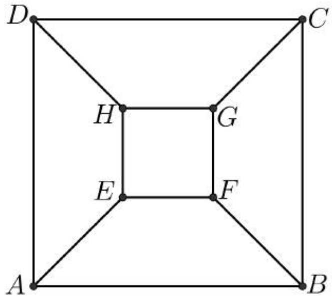
c) Az első tagtól kezdve legalább hány egymást követő tagot kell összeadnunk ebben a sorozatban ahhoz, hogy az összeg elérje a 6786-ot?

17. Egy szabályos négyoldalú csonkagúla alapéleinek hossza 30 cm, fedőélei 18 cm, oldalélei 19 cm hosszúak.

a) Határozza meg a csonkagúla oldalélének az alaplappal bezárt szögét!

b) Számítsa ki a csonkagúla térfogatát!

Az ábrán a csonkagúla (nem méretarányos) felülnézeti rajza látható, mely tekinthető egy 8 pontú gráfnak.



c) Számítsa ki, hány élt kell még a gráfba berajzolni ahhoz, hogy az így kapott gráf mindegyik csúcsát pontosan egy él kösse össze a gráf mindegyik más csúcsával!

18. A Központi Statisztikai Hivatal 2012-ben kiadta a 2011-es népszámlálás néhány előzetes adatát.

a) Az alábbi táblázatban a nyugat-dunántúli régiót alkotó három megye népességének változása látható. Számítsa ki, hogy a teljes nyugat-dunántúli régióban hány százalékkal változott a népesség 2001 és 2011 között!
Válaszában a változást tized százalékra kerekítve adja meg!

	Népesség 2011-ben (ezer fő)	**Változás a 2001-es adathoz képest viszonyítva (%)**
Győr-Moson-Sopron megye	449	2,4
Vas megye	258	– 3,8
Zala megye	283	– 4,7

b) Egy másik táblázat a közép-magyarországi régiót alkotó Budapest és Pest megye népességéről készült. Számítsa ki az ezer férfira jutó nők számát a teljes középmagyarországi régiót tekintve!

	Népesség 2011-ben (ezer fő)	**Ezer férfira jutó nők száma 2011-ben**
Budapest főváros	1737	1210
Pest megye	1223	1084

Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	14c	15a	15b	16a	16b	16c	17a	17b	17c	18a	18b
2	5	5	3	4	5	8	4	3	7	7	8	4	5	8	9

II.

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\dfrac{2}{x-2} = x - 3$ **b)** $9^{x+1} - 7 \cdot 9^{x} = 54$

14. Andrea és Gabi közösen, de különböző edzésmódszerrel készülnek egy futóversenyre. A felkészülés első hetében mindketten 15 km-t, a felkészülés tizenegyedik (11.) hetében pedig már mindketten 60 km-t futnak.

Andrea hétről hétre ugyanannyi kilométerrel növeli a lefutott táv hosszát.

a) Hány kilométerrel fut többet hétről hétre Andrea?

b) Hány kilométert fut Andrea a 11 hét alatt összesen?

Gabi hétről hétre ugyanannyi százalékkal növeli a lefutott táv hosszát.

c) Hány százalékkal fut többet hétről hétre Gabi?

15. Az *ABCD* rombusz *AC* átlójának hossza 12 cm, *BD* átlójának hossza 5 cm.

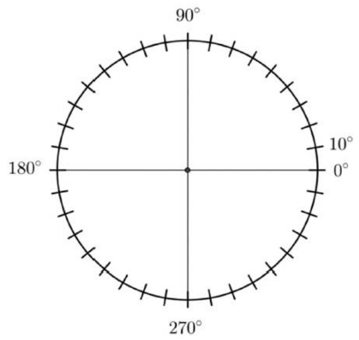
a) Számítsa ki a rombusz belső szögeinek nagyságát!

A rombuszt megforgatjuk az *AC* átló egyenese körül.

b) Számítsa ki az így keletkező forgástest felszínét!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. A 2016-os nyári olimpián a magyar sportolók 8 arany, 3 ezüst és 4 bronzérmet szereztek.



a) Készítsen kördiagramot, amely az érmek eloszlását szemlélteti!

Egy 32 fős osztályban kétszer annyian nézték 2016 nyarán a női kajak négyesek olimpiai döntőjét, mint a labdarúgó Európa-bajnokság döntőjét. 10 diák mindkét sportesemény közvetítését nézte.

b) Hányan nézték az osztályból csak a női kajak négyesek olimpiai döntőjét, ha mindenki nézte legalább az egyik sporteseményt?

Egy iskolai vetélkedőn az alábbi szelvényen kell eltalálni a 2016-os nyári olimpia női kajak négyes számában az első hat helyezett nemzet sorrendjét. Péter azt tudja, hogy holtverseny nem volt, a magyarok lettek az elsők, a többi helyezettre viszont egyáltalán nem emlékszik.

TIPPSZELVÉNY						
	Dánia	Fehérország	Magyarország	Németország	Új-Zéland	Ukrajna
Helyezés			1.			

Péter az üres mezőkbe beírja a tippjét: valamilyen sorrendben a 2, 3, 4, 5, 6 számokat.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Péter – a magyarokon kívül – még legalább három nemzet helyezését eltalálja!

17. Adott az $x + 2y = 13$ egyenletű *e* egyenes és az $x^2 + (y + 1)^2 - 45 = 0$ egyenletű *k* kör.

a) Adja meg az *e* egyenes meredekségét, és azt a pontot, ahol az egyenes metszi az *y* tengelyt!

b) Határozza meg a *k* kör középpontját és sugarának hosszát!

c) Számítással igazolja, hogy az *e* egyenesnek és a *k* körnek egyetlen közös pontja van!

18. Szabó tanár úrnak ebben az évben összesen 11 darab középszintű matematika érettségi dolgozatot kell kijavítania. Az először kijavított kilenc dolgozat pontszáma: 35, 40, 51, 55, 62, 67, 72, 84, 92.

a) Számítsa ki a kilenc dolgozat pontszámának átlagát és szórását!

Szabó tanár úr a javítás után a kilenc dolgozat közül három tanuló dolgozatát véletlenszerűen kiválasztja.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a három kiválasztott dolgozat közül legalább kettőnek a pontszáma legalább 60 pont!

Az utolsó két dolgozat kijavítása után Szabó tanár úr megállapítja, hogy a 11 dolgozat pontszámának mediánja 64, átlaga 65 pont lett.

c) Határozza meg az utoljára kijavított két dolgozat pontszámát!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	16a	16b	16c	17a	17b	17c	18a	18b	18c
6	6	4	3	5	5	7	4	5	8	4	4	9	4	8	5

II.

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^{x+1} = 425$$

14. Legyen f: [–2; 5] → **R**, $f(x) = |x - 4|$, és g: **R** → **R**, $g(x) = 2x + 1$.

a) Ábrázolja az f függvényt!

b) Határozza meg, x mely értéke esetén lesz az f és a g függvény értéke egyenlő!

Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 3, differenciája 2. Összeadjuk a sorozat tagjait az 5. tagtól kezdve az 50. tagig.

c) Számítsa ki ezt az összeget!

15. Egy háromszög csúcsai: $A(-4; -10)$, $B(6; 14)$, $C(11; -2)$.

a) Számítsa ki az ABC háromszög AB oldallal párhuzamos középvonalának hosszát!

b) Írja fel az ABC háromszög AB oldalához tartozó magasságvonalának egyenletét!

c) Számítsa ki a háromszög A csúcsánál lévő belső szög nagyságát!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Édesanya egy plüss hóembert készít a kisfiának. A hóember testét két – szivacstörmelékkel kitömött – gömbből varrja össze. A töltőanyag a tömörítés miatt 20%-kal kisebb térfogatú lesz a töltés során.

a) Hány liter (tömörítetlen) töltőanyagra volt szükség a test megtöltéséhez, ha a gömbök 20 cm, illetve 16 cm átmérőjűek?

A hóember orra forgáskúp alakú lesz. A kúp alapja egy 2 cm sugarú kör, magassága 4,8 cm. A kúp palástjának elkészítéséhez egy körcikket kell kivágni narancssárga anyagból.

b) Számítsa ki a körcikk sugarát és középponti szögét!
(Az illesztéshez szükséges ráhagyást ne vegye figyelembe!)

Édesanya kijelölte a hóember két szemének és három kabátgombjának helyét. A varródobozában hatféle különböző méretű fekete gombot talált, mindegyik méretből legalább hármat. Tervei szerint két egyforma méretű gomb lesz a hóember két szeme, a kabátgombok pedig föntről lefelé haladva egyre nagyobbak lesznek. A kabátgombok lehetnek ugyanakkorák, kisebbek vagy nagyobbak is, mint a hóember szeme.

c) Hány különböző tervet készíthetett édesanya?
(Két terv akkor különböző, ha a tervek alapján elkészített két hóember a felvarrt gombok mérete alapján megkülönböztethető.)

17. Az autók átlagfogyasztását Magyarországon literben, 100 kilométerre vetítve szokták megadni. Kovács úr egyik útja során autójával először 1 órán keresztül 70 km/h átlagsebességgel haladt. A fedélzeti számítógép szerint ez alatt az autó átlagos üzemanyag-fogyasztása (100 kilométerre vetítve) 6,0 liter volt. Ezután 1 órán keresztül 120 km/h átlagsebességgel haladt, ami alatt az átlagos fogyasztás (100 kilométerre vetítve) 8,5 liter volt.

a) Számítsa ki az autó átlagfogyasztását a teljes útra vonatkoztatva!
Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Kovács úr üzleti útra Washingtonba utazik. Amikor megérkezik, autót bérel. Az egyik autón ez olvasható: „Ez az autó átlagosan 25 mérföld utat tesz meg 1 gallon benzinnel.” Tudjuk, hogy 1 gallon körülbelül 3,8 liter, 1 mérföld pedig kb. 1600 méter.

b) Számítsa ki, hogy ez az autó hány liter benzint fogyaszt 100 kilométeren!

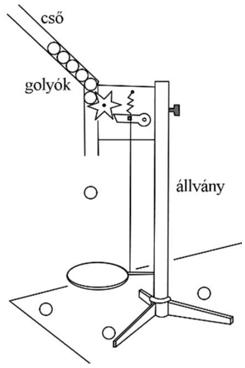
Kovács úr hét napon keresztül minden nap utazott a bérelt autóval. Megfigyelte, hogy a második naptól kezdve minden nap 10%-kal rövidebb utat tett meg, mint az azt megelőző napon.

c) Hány mérföldet tett meg az első napon, ha a hetedik napon 186 mérföldet tett meg?

Washingtonban az autók rendszáma hét karakterből áll: az első három karakter betű, az utolsó négy pedig szám (pl. APR 0123). (Előfordulhat, hogy mind a négy szám nulla.) Az APR betűkkel kezdődő rendszámokat már mind kiadták, ezek közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk.

d) Melyik esemény a valószínűbb: az, hogy a kiválasztott rendszámon az APR betűk után négy különböző számjegy szerepel, vagy az, hogy a számjegyek között legalább kettő azonos?

18. Egy tanulókísérleti órán a diákok a nehézségi gyorsulást (g) mérték egy úgynevezett ejtőgép segítségével. Az ejtőgép csövébe egy méréshez 10 egyforma vasgolyót töltenek, melyek egymás után esnek ki a csőből. A 10 golyó leesésének összidejéből számolható a g értéke.



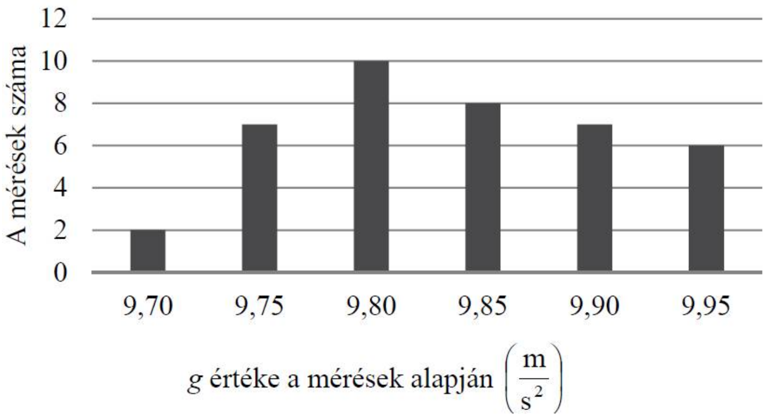
Az órán öt mérőpár dolgozott, minden pár nyolc sikeres mérést végzett. Az egyik mérőpár a következő értékeket kapta:

$$9{,}90;\quad 9{,}95;\quad 9{,}70;\quad 9{,}85;\quad 9{,}80;\quad 9{,}95;\quad 9{,}75;\quad 9{,}90 \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

A nyolc mérésből álló méréssorozat ezzel az eszközzel akkor számít jónak, ha a kapott nyolc mérési eredmény szórása legfeljebb 0,1 $\frac{m}{s^2}$.

a) Jónak számít-e a fenti méréssorozat?

Az alábbi diagram mutatja az öt mérőpár összesen 40 sikeres mérésének eredményét.



b) Adja meg a 40 mérési eredmény átlagát és mediánját!

Az egyik mérőpár készletéből hiányzott két vasgolyó, melyeket két egyforma rézgolyóval helyettesítettek.

c) Hányféle sorrendben tölthető a csőbe a 10 golyó, ha a két rézgolyó nem kerülhet egymás mellé, és az azonos anyagból készült golyókat nem különböztetjük meg egymástól?

Egy mérési folyamat során előfordulhat, hogy a 10 golyó egyike beragad. Ekkor ez a mérés sikertelen. Tudjuk, hogy 0,06 annak a valószínűsége, hogy egy mérés sikertelen.

d) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 40 mérés mindegyike sikeres lesz!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	17a	17b	17c	17d	18a	18b	18c	18d
5	5	3	4	5	4	5	5	6	6	5	6	3	3	5	4	5	5	3

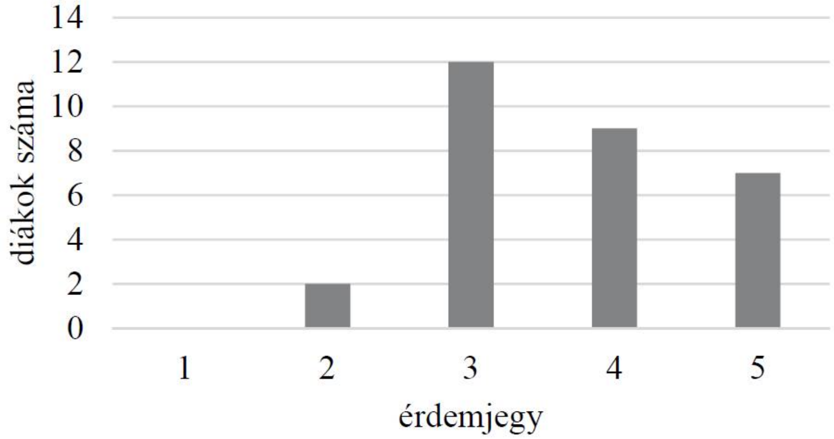
II.

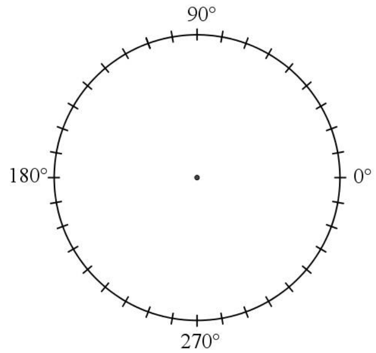
13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(2x-3)^2 = x^2$$

b) Hány olyan (pozitív) háromjegyű páratlan szám van a tízes számrendszerben, amelynek minden számjegye különböző?

14. Egy 30 fős osztály matematikaérettségi vizsgájának érdemjegyei olvashatók le az alábbi diagramról.





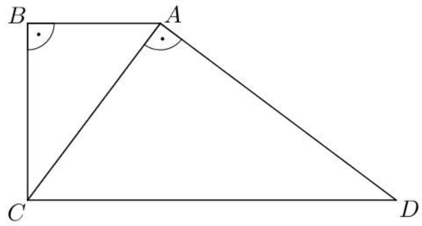
a) Adja meg az osztály matematikaérettségi érdemjegyeinek átlagát, mediánját és móduszát!

b) Ábrázolja az érdemjegyek eloszlását kördiagramon!

Az osztály tanulóinak matematikaérettségi dolgozatai közül az érettségi elnök véletlenszerűen kiválaszt és megvizsgál kettőt.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy mindkét kiválasztott dolgozat érdemjegye hármas! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

15. Két derékszögű háromszöget egy-egy oldalukkal egymáshoz illesztettünk az ábrának megfelelően. Így az *ABCD* derékszögű trapézt kaptuk.



a) Igazolja, hogy az *ABC* és a *CAD* háromszög hasonló!

Legyen $AB = 9$ cm, $AC = 15$ cm.

b) Számítsa ki a trapéz *AD* oldalán fekvő szögeinek nagyságát!

c) Számítsa ki a trapéz területét!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. A mobiltelefonok 1990 végén jelentek meg Magyarországon. Az előfizetések száma gyorsan nőtt: 2002 végén már kb. 7 millió, 2008 végén pedig kb. 12 millió előfizetés volt az országban.

a) Hány százalékkal nőtt a mobiltelefon előfizetések száma 2002 végétől 2008 végéig?

1993 és 2001 között az egyes évek végén nyilvántartott mobiltelefon-előfizetések számát – ezer darabban – jó közelítéssel a következő függvény adja meg:

$f(x) = 51 \cdot 1{,}667^x$, ahol x az 1992 vége óta eltelt évek számát jelöli.

b) A függvény alapján hány mobiltelefon-előfizető lehetett 2000 végén?

A kezdeti időszakban a mobilhálózatból indított hívások száma is gyors növekedést mutatott. 1991 januárjában Magyarországon körülbelül 350 000 mobilhívást indítottak, majd ettől a hónaptól kezdve minden hónapban megközelítőleg 6,5%-kal nőtt a hívások száma az előző havi hívások számához viszonyítva (egészen 2002-ig).

c) Melyik évben volt az a hónap, amelyben az egy havi mobilhívások száma először elérte a 100 milliót?

A mobiltelefonok elterjedése egy idő után a vezetékestelefon-előfizetések és hívások számának csökkenését eredményezte. A vezetékestelefon-hálózatból indított hívások száma Magyarországon 2000-ben kb. 4200 millió volt, majd ez a szám évről évre kb. 8%-kal csökkent.

d) Hány hívást indítottak vezetékes hálózatból 2009-ben, és összesen hány vezetékes hívás volt a 2000 elejétől 2009 végéig terjedő tízéves időszakban?

17. A derékszögű koordináta-rendszerben adott a $4x + y = 17$ egyenletű e egyenes, továbbá az e egyenesre illeszkedő $C(2; 9)$ és $T(4; 1)$ pont. Az A pont az origóban van.

a) Igazolja, hogy az ATC szög derékszög!

Az A pont e egyenesre vonatkozó tükörképe a B pont.

b) Számítsa ki a B pont koordinátáit!

c) Határozza meg az ABC egyenlő szárú háromszög körülírt köre középpontjának koordinátáit!

18. Egy matematikaversenyen 25 feladatot kell a résztvevőknek megoldaniuk 75 perc alatt. A felkészülés során Vera azt tervezgeti, hogy mennyi időt töltsön majd a könnyebb feladatok megoldásával, és mennyi időt hagyjon a nehezebbekre. Az első feladatra 1 percet szán. A versenyfeladatok általában egyre nehezedő sorrendben vannak megadva; Vera ezt úgy veszi figyelembe a tervezésnél, hogy a második feladattól kezdve mindig ugyanannyival növeli az egyes feladatok megoldására fordítható időt. Vera a rendelkezésére álló teljes időtartamot szeretné kitölteni a feladatok megoldásával.

a) A terv szerint összesen mennyi időt szán Vera az utolsó 4 feladat megoldására?

A versenyzőknek minden feladat megoldása után öt lehetséges válasz közül kell az egyetlen helyes választ kiválasztaniuk. Egy versenyző pontszámának kiszámítása a $4 \cdot H - R + F$ képlettel történik, ahol H a helyes válaszok, R a rossz válaszok, F pedig a kitűzött feladatok számát jelenti (a kihagyott feladatokra 0 pont jár). Vera a 25 kitűzött feladat közül 3-at hagyott ki, és összesen 93 pontot szerzett.

b) Hány helyes választ adott Vera?

Vera osztályából összesen 11-en indultak a versenyen. Közülük ugyanannyian oldották meg a 24-es, mint a 25-ös feladatot. Sőt, ugyanennyien voltak azok is, akik a két feladat egyikét sem oldották meg. Egy olyan versenyző volt az osztályban, aki a 24-es és a 25-ös feladatot is megoldotta.

c) Hányan voltak az osztályban azok, akik a 24-es feladatot megoldották, de a 25-ös feladatot nem?

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c
5	5	4	4	4	3	4	7	2	3	6	6	4	4	9	7	5	5

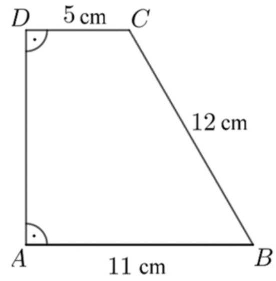
II.

13. a) Péter és Pál szendvicset és ásványvizet vásárolt a büfében. Péter két szendvicset és két ásványvizet vett 740 Ft-ért, Pál pedig három szendvicset és egy ásványvizet 890 Ft-ért.
Mennyibe kerül egy szendvics, és mennyibe kerül egy ásványvíz?

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$1 - x = \sqrt{x+5}$$

14. Az *ABCD* derékszögű trapézban az *A* és a *D* csúcsnál van derékszög. Az *AB* alap 11 cm, a *BC* szár 12 cm, a *CD* alap 5 cm hosszú.



a) Igazolja, hogy a trapéz *B* csúcsánál lévő szög nagysága 60º, és számítsa ki a trapéz területét!

b) Számítsa ki az *ABC* háromszög *C* csúcsánál lévő szögét!

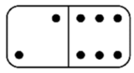
15. a) Egy számtani sorozat negyedik tagja 4, tizenhatodik tagja –2.
Számítsa ki a sorozat első 120 tagjának az összegét!

b) Adott egy szakasz két végpontja: *A*(0; 4) és *B*(2; 3).
Írja fel az *AB* szakasz felezőmerőlegesének egyenletét!

c) Egy elsőfokú függvény a 0-hoz 4-et, a 2-höz 3-at rendel.
Írja fel a függvény hozzárendelési szabályát!

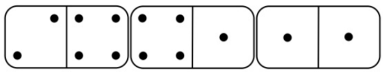
A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Anna dominókészletében a dominókövek egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken a pöttyök száma 0, 1, 2, 3, 4, 5 vagy 6 lehet. A készletben minden lehetséges pöttyözésű dominóból pontosan egy darab van. Az ábrán a 2-6-os (6-2-es) dominó látható.



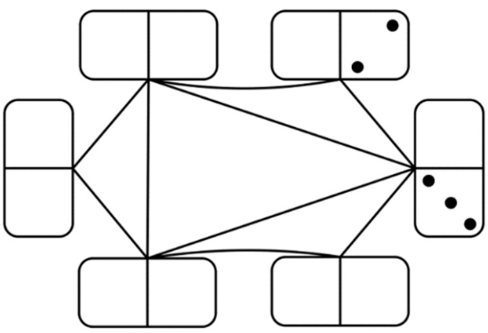
a) Hány olyan dominó van a készletben, amelyen a két részen lévő pöttyök számának szorzata prímszám?

A játékban két dominó akkor csatlakozhat egymáshoz, ha a két érintkező részen ugyanannyi pötty van. (Lásd az ábrát.)



Anna egy lapra elhelyezte dominókészletének azt a hat dominóját, amelyek mindkét részén van legalább 1, de legfeljebb 3 pötty. Ezután összekötötte azokat a dominókat, amelyeket a játékban csatlakoztatni lehetne egymáshoz. Az alábbi ábra a hat dominót és az összekötő vonalakat mutatja, de csak két részen adtuk meg a pöttyöket.

b) Rajzolja be a tíz üres részre a hiányzó pöttyöket az összekötésnek megfelelően!



Anna a teljes 28 darabos készletből kihúzta a 2-6-os dominót. Ezután véletlenszerűen kihúz még egy dominót.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a másodiknak kihúzott dominót csatlakoztatni tudja az elsőhöz!

Egy játékbemutatóra Anna és Balázs 1800 dominót szeretne felállítani a földre úgy, hogy a legelsőt meglökve az összes dominó sorban eldőljön. Anna egyedül 6 óra alatt, Balázs pedig 9 óra alatt építené meg a dominóláncot.

d) Ha Anna és Balázs – tartva a saját tempójukat – együtt dolgozna, akkor hány óra alatt végeznének az 1800 dominó felállításával?

17. Egy jégkrémgyártó üzem fagylalttölcséreket rendel.
A csonkakúp alakú fagylalttölcsér belső méretei: felső átmérő 7 cm, alsó átmérő 4 cm, magasság 8 cm.

a) Számítsa ki, hogy a tölcsérbe legfeljebb hány cm^3 jégkrém fér el, ha a jégkrém – a csomagolás miatt – csak a felső perem síkjáig érhet!

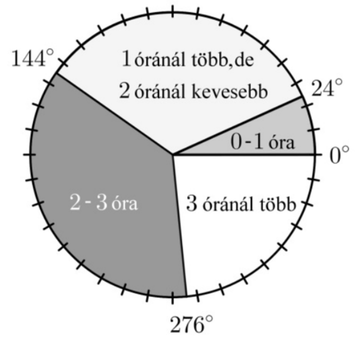
Ennek a tölcsérnek létezik olyan változata is, amelynek a belső felületét vékony csokoládéréteggel vonják be. 1 kg csokoládé kb. 0,7 m^2 felület bevonásához elegendő.

b) Számítsa ki, hogy hány kilogramm csokoládéra van szükség 1000 darab tölcsér belső felületének bevonásához! Válaszát egész kilogrammra kerekítve adja meg!

Egy fagylaltozóban hatféle ízű fagylalt kapható: vanília, csokoládé, puncs, eper, málna és dió. Andrea olyan háromgombócos fagylaltot szeretne venni tölcsérbe, amely kétféle ízű fagylaltból áll.

c) Hányféle különböző háromgombócos fagylaltot kérhet, ha számít a gombócok sorrendje is? (Például a dió-dió-vanília más kérésnek számít, mint a dió-vanília-dió.)

18. Egy 30 fős osztályban felmérést készítettek a diákok internetezési szokásairól. Az egyik kérdés az volt, hogy naponta átlagosan ki hány órát használja az internetet a szabadidejében. A válaszok alapján az itt látható kördiagram készült.



a) Hány olyan diák van az osztályban, aki naponta legalább 2 órát használja az internetet a szabadidejében?

Egy másik kérdés az volt, hogy a mobiltelefon, a laptop, illetve a táblagép (tablet) közül melyiket használják internetezésre. A mobiltelefont mind a 30-an, a laptopot 24-en, a táblagépet 16-an jelölték meg. A felmérésből az is kiderült, hogy a mobiltelefon, a laptop és a táblagép közül pontosan kétféle eszközt 14 diák használ.

b) Hányan használják mind a háromféle eszközt internetezésre?

A vezeték nélküli hálózati kapcsolatot létrehozó egységek (wifi routerek) 3%-a 2 éven belül meghibásodik (ezt úgy tekinthetjük, hogy 0,03 annak a valószínűsége, hogy egy készülék meghibásodik 2 év alatt). A meghibásodott eszközt garanciálisan kicserélik. Az iskola 20 ilyen eszközt vásárolt.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy 2 év alatt legfeljebb egy hibásodik meg a vásárolt eszközök közül?

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c
6	5	7	4	5	5	4	4	4	5	4	3	9	5	3	8	6

II.

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{1-2(x+1)}{5}+\frac{18-x}{11}=-2$

b) $\sqrt{7-x}=x+5$

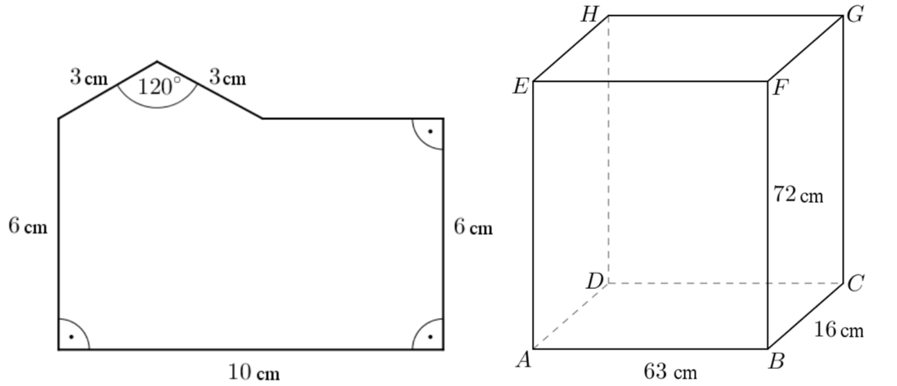
14. Egy ötöslottó-szelvényen öt számot kell megjelölni az 1, 2, 3 … 90 számok közül. A lottósorsolás alkalmával nyilvánosan húzzák ki egy adott héten az öt nyerőszámot.
Áron ezen a héten egy szelvényt tölt ki. Az előző heti nyerőszámok között volt a 6, a 9 és az 54 is. Áron most csupa olyan számot szeretne megjelölni, ami sem a 6-nak, sem a 9-nek nem többszöröse.

a) Hány szám közül választhat Áron a szelvény kitöltésekor?

A lottósorsolást Áron együtt nézi ötéves kislányával, Pannival. Panni azt szeretné, hogy a kihúzott számok mindegyike legalább 5 legyen.

b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy Panni kívánsága teljesül?

15. a) Számítsa ki az ábrán látható hatszög kerületét és területét!



b) Az ábrán látható téglatest oldaléleinek hossza $AB = 63$ cm, $BC = 16$ cm, $BF = 72$ cm. Számítsa ki a téglatest CE testátlójának az $ABCD$ lappal bezárt szögét!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Egy labdarúgócsapat hat tagja az egyik mérkőzés előtt bemelegítésként egyéni lábteniszmérkőzéseket játszott egymás ellen. Az alábbi táblázat mutatja, hogy melyik játékos hány társával mérkőzött. (Senki nem játszott kétszer ugyanazzal a csapattársával.)

játékos	A	B	C	D	E	F
mérkőzések száma	2	5	2	2	5	

a) Lehetséges-e, hogy az F jelű játékos 3 társával mérkőzött?

A labdarúgó-mérkőzés kezdetén a csapat pályán lévő 11 játékosának átlagmagassága 186 cm volt. Egy játékos cseréje után az átlagmagasság 188 cm lett.

b) Hány centiméterrel magasabb a lecserélt társánál a beálló játékos?

Játék közben egy labdarúgó elrúg egy focilabdát, amelybe a földre érkezéséig senki nem ér bele.
A $h(t) = -5t^2 + 15t$ függvény írja le, hogy milyen magasan van a labda a talajhoz képest, ahol t a labda elrúgásának pillanatától mért időt jelöli. (A magasságot méterben, az időt másodpercben mérjük.)

c) Milyen magasan volt a labda az elrúgás után 1 másodperccel?

d) Mennyi ideig volt a labda a levegőben?

e) Milyen magasan volt a labda a pályájának legmagasabb pontján?

17. Egy feladatsor az érettségi előtt álló diákok koordinátageometriai ismereteit vizsgálja. A feladatsor első részében egy tesztet kell megoldani, amely hat rövid kérdésből áll. A kérdésekhez három-három válasz van megadva, amelyek között minden esetben pontosan egy helyes van.

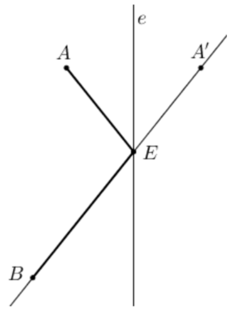
a) Hányféleképpen lehet úgy kitölteni a tesztet, hogy a hat tesztkérdés közül pontosan ötre adjunk helyes választ? (Minden kérdésnél egy választ jelölünk meg a megadott három közül.)

A feladatsor második részében nyolc feladat szerepel, a diákoknak ezek közül kettőt kell megoldaniuk. A nyolc feladat között három olyan van, amelynek megoldásához tudni kell egyenesek metszéspontját meghatározni. Eszter véletlenszerűen választja ki, hogy melyik két feladatot oldja meg a nyolc közül.

b) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az Eszter által választott két feladat közül legalább az egyik megoldásához tudni kell egyenesek metszéspontját meghatározni!

A feladatsor második részében szerepel az alábbi feladat is:

„Adott a koordinátarendszerben az e egyenes, valamint az A és B pontok.
Tükrözzük az A pontot az e egyenesre, majd az így kapott A' pontot kössük össze B-vel. Az $A'B$ egyenes és az e metszéspontja az E pont.
Legyen A (–5; 36), B (–9; 11), az e egyenes egyenlete pedig $x = 3$.
Határozza meg az E pont koordinátáit!”



c) Ha Eszter ezt a feladatot jól oldotta meg, akkor melyik számot adta meg az E pont első, illetve második koordinátájaként?

18. Egy gazdaságban géppel kaszálják a füves területet. Reggel 7 órakor kezdenek el dolgozni egy olyan géppel, amely 8 óra alatt tudja lekaszálni az egész területet. 10 órakor gyülekezni kezdenek a felhők, ezért a gazdák egy második, az elsővel azonos teljesítményű gépet is munkába állítanak. A gépek folyamatosan dolgoznak.

a) Hány órára fejezik be a gépek a teljes terület kaszálását?

A megszárított füvet (szénát) egyforma, henger alakú bálákba tömörítik, majd körbefóliázzák. A hengerek átmérője és magassága is 1,2 méter. A bálázó gép 1 m^3 térfogatba körülbelül 160 kg szénát tömörít bele.

b) Hány kg tömegű egy szénabála? Válaszát 10 kilogrammra kerekítve adja meg!

A bálázógép működését az ellenőr mintavételezéssel vizsgálja. Ennek során véletlenszerűen kiválaszt 10 bálát, és ezek alapkörének átmérőjét megméri. Ahhoz, hogy az ellenőrzésnél a gép „megfelelt” minősítést kapjon, a minta átlagának a [118 cm; 122 cm] intervallumba kell esnie, és a minta szórása nem lehet 4 cm-nél nagyobb.
Az ellenőr az alábbi értékeket mérte a mintavétel során:

bála sorszáma	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
átmérő (cm)	115	122	119	114	116	120	124	116	118	126

c) Állapítsa meg, hogy a gép „megfelelt” minősítést kap-e az ellenőrzésnél!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	15a	15b	16a	16b	16c	16d	16e	17a	17b	17c	18a	18b	18c
5	7	5	5	10	4	3	4	2	4	4	3	6	8	6	5	6

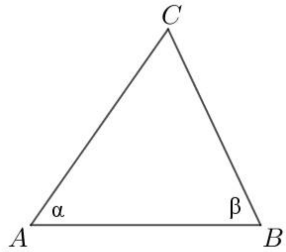
II.

13. a) Egy tört számlálója 119-cel kisebb a nevezőjénél. A tört egyszerűsített alakja $\frac{4}{11}$. Határozza meg ezt a törtet!

b) A $\frac{100}{n}$ tört nevezőjében az n helyére véletlenszerűen beírunk egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az így kapott tört értéke egész szám lesz?

14. Adott a derékszögű koordináta-rendszerben a $P(-2; 3)$ és a $K(3; 15)$ pont.

a) Tükrözzük a P pontot a K pontra. Számítsa ki az így kapott P' pont koordinátáit!



Az ABC háromszög szögeinek nagysága: $\alpha = 55°$, $\beta = 65°$. A háromszög A, illetve B csúcsához tartozó magasságvonalainak metszéspontját jelölje M. Az M pontot az AB oldal egyenesére tükrözve az M' pontot kapjuk.

b) Határozza meg az $AM'BC$ négyszög belső szögeinek nagyságát!

15. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

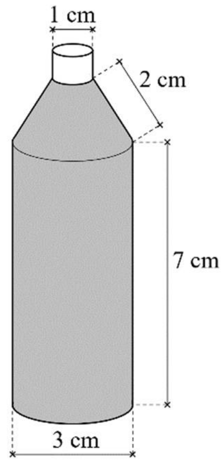
$$\frac{x}{x+2} = \frac{8}{(x+2)(x-2)}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2} < 0$$

c) Határozza meg a valós számokon értelmezett $f(x) = x^2 - 6x + 5$ függvény minimumának helyét és értékét!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!



16. Az edzésen megsérült Cili térde, ezért megműtötték. A műtét utáni naptól kezdve rendszeres napi sétát írt elő neki a gyógytornász. Cili az első nap csak 20 métert sétált, majd minden nap 15 százalékkal nagyobb távot tett meg, mint az előző napon.

a) Egyik nap séta közben ezt mondta Cili: „A mai napon már 1000 métert sétáltam!” Hányadik napon mondhatta ezt először?

Cili – hogy segítse szervezete regenerálódását – vitamincseppeket szed. Naponta 2 × 25 csepp az adagja. Körülbelül 20 csepp folyadék térfogata 1 milliliter. A folyadék milliliterenként 100 milligramm hatóanyagot tartalmaz.

b) Hány milligramm hatóanyagot kap naponta Cili cseppek formájában?

A vitaminoldatot olyan üvegben árulják, amely két henger alakú és egy csonkakúp alakú részből áll. A folyadék a csonkakúp alakú rész fedőlapjáig ér. Az üveg belső méreteit az ábra mutatja. A nagyobb henger átmérője 3 cm, magassága 7 cm. A csonkakúp fedőlapjának átmérője 1 cm, alkotója 2 cm hosszú.

c) Hány napig elegendő Cilinek az üvegben lévő vitaminoldat, ha mindig az előírt adagban szedi?

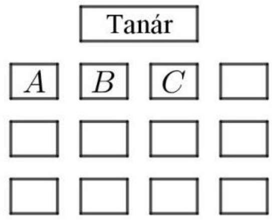
17. Barnabás telefonján a képernyő átlója 5,4 col (1 col ≈ 25,4 mm), a képernyő oldalainak aránya 16 : 9. A telefon téglalap alakú előlapján a képernyő alatt és felett 12-12 mm, két oldalán 3-3 mm szélességű szegély van.

a) Mekkorák a telefon előlapjának oldalai? Válaszát egész mm-re kerekítve adja meg!

Az írásbeli érettségi vizsga megkezdése előtt a felügyelő tanár megkéri a vizsgázókat, hogy telefonjaikat kikapcsolt állapotban tegyék ki a tanári asztalra. Általános tapasztalat, hogy egy-egy diák a „vizsgaláz” miatt 0,02 valószínűséggel bekapcsolva felejti a telefonját.

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a teremben lévő 12 vizsgázó közül legalább egy bekapcsolva felejti a telefonját?

A vizsgateremben lévő 12 egyszemélyes pad négy egymás melletti oszlopba van rendezve. Mindegyik oszlopban három egymás mögötti pad áll. Julcsi és Tercsi jó barátnők, elhatározzák, hogy a vizsgán két egymás melletti padba ülnek. (Például ha Julcsi a B-vel jelölt padban ül, akkor Tercsi az A vagy C jelű padot foglalja el.)



c) Hányféleképpen ülhet le a 12 vizsgázó a teremben úgy, hogy Julcsi és Tercsi valóban két egymás melletti padban üljön?

Az iskolában érettségiző 100 tanuló matematika írásbeli érettségi vizsgájának pontszámairól készült összesítést mutatja a táblázat.

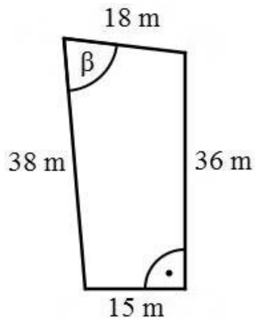
Pontszám	0-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
Tanulók száma	0	8	12	8	18	20	12	16	6

d) A táblázat alapján mennyi a 100 tanuló pontszámának lehetséges legmagasabb átlaga?

18. A Molnár házaspár építési telket vásárolt. Öt évvel korábban egy bankban 7 millió Ft-ot helyeztek el kamatos kamatra. Az 5 év elteltével Molnárék 8 115 000 Ft-ot vehettek fel a bankból.

a) Hány százalékos kamatot fizetett évente a bank, ha a kamatláb az 5 év során nem változott?

Az építési telket egy olyan övezetben vásárolták, ahol a telkek területének a 20 százaléka építhető be. A megvásárolt telek méretei az ábrán láthatók. A telek 15 méteres és 36 méteres oldala merőleges egymásra.



b) Határozza meg a 18 méter és a 38 méter hosszú oldalak által bezárt szög (β) nagyságát, és számítsa ki a telken beépíthető rész területét!

Molnár úr kulcscsomóján négy ugyanolyan kinézetű kulcs van, amelyek közül az egyik az új telek kapuját nyitja. Molnár úr általában nem találja el elsőre, hogy melyik kulcs való ebbe a zárba.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kapuhoz érve Molnár úr először nem a megfelelő kulccsal próbálja kinyitni a kaput, de a második próbálkozása már sikeres lesz! (Molnár úr két különböző kulcsot próbál a zárba.)

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	15a	15b	15c	16a	16b	16c	17a	17b	17c	17d	18a	18b	18c
5	5	4	8	6	4	4	6	2	9	6	3	5	3	4	9	4

II.

13. a) Hány olyan háromjegyű egész szám van, amelyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{6}\geq\frac{x}{4}+230$$

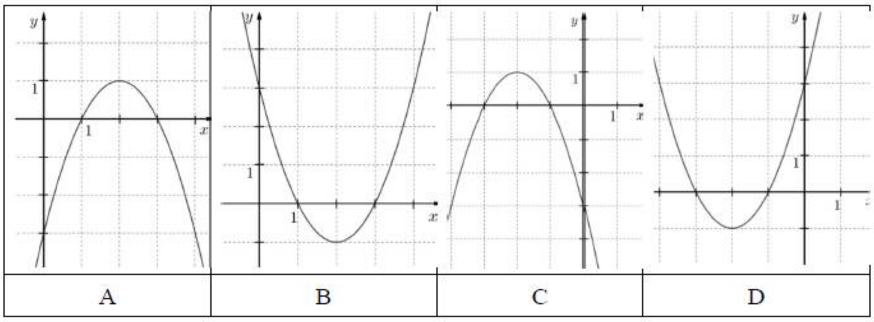
b) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! $3\cdot 4^{x}+4^{x+1}=896$

14. Adott az f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2+4x+3$ függvény.

a) Írja fel két elsőfokú tényező szorzataként az x^2+4x+3 kifejezést!

b) A $P(-6{,}5;\, y)$ pont illeszkedik az f grafikonjára. Számítsa ki y értékét!

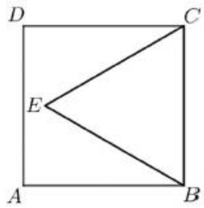
c) Az alábbi grafikonok közül válassza ki az f függvény grafikonját (karikázza be a megfelelő betűt), és határozza meg az f értékkészletét!



Adott a g: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=x^2-6x+5$ függvény. Az a három pont, ahol a g grafikonja metszi a koordinátatengelyeket, egy háromszöget határoz meg.

d) Határozza meg ennek a háromszögnek a területét!

15. Az $ABCD$ négyzet oldalának hossza 12 egység. A négyzet belsejében kijelöltük az E pontot úgy, hogy $BE = CE = 12$ egység legyen (lásd az ábrát).



a) Számítsa ki az A és E pontok távolságát!

Egy bronzból készült, szabályos négyoldalú gúla alakú tömör test (piramis) minden éle 10 cm hosszúságú.

b) Számítsa ki a gúla tömegét, ha 1 dm^3 bronz tömege 8 kg!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Péter elhatározza, hogy összegyűjt 3,5 millió Ft-ot egy használt elektromos autó vásárlására, mégpedig úgy, hogy havonta egyre több pénzt tesz félre a takarékszámláján. Az első hónapban 50 000 Ft-ot tesz félre, majd minden hónapban 1000 Ft-tal többet, mint az azt megelőző hónapban. (A számlán gyűjtött összeg kamatozásával Péter nem számol.)

a) Össze tud-e így gyűjteni Péter 4 év alatt 3,5 millió forintot?

A világon gyártott elektromos autók számának 2012 és 2017 közötti alakulását az alábbi táblázat mutatja.

év	2012	2013	2014	2015	2016	2017
elektromos autók száma (ezerre kerekítve)	110 000	221 000	409 000	727 000	1 186 000	1 928 000

b) Szemléltesse a táblázat adatait oszlopdiagramon!

Péter az előző táblázat adatai alapján olyan matematikai modellt alkotott, amely az elektromos autók számát exponenciálisan növekedőnek tekinti. E szerint, ha a 2012 óta eltelt évek száma x, akkor az elektromos autók számát (millió darabra) megközelítőleg az $f(x)=0{,}122\cdot 2^{0{,}822x}$ összefüggés adja meg.

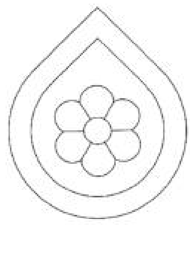
c) A modell alapján számolva melyik évben érheti el az elektromos autók száma a 25 millió darabot?

Egy elektromos autókat gyártó cég öt különböző típusú autót gyárt. A készülő reklámfüzet fedőlapjára az ötféle típus közül egy vagy több (akár mind az öt) autótípus képét szeretné elhelyezni a grafikus.

d) Hány lehetőség közül választhat a tervezés során? (Két lehetőség különböző, ha az egyikben szerepel olyan autótípus, amely a másikban nem.)

17. A Föld teljes vízkészlete (jég, víz és vízgőz) folyékony halmazállapotban közel 1400 millió km^3 lenne. Ennek a vízkészletnek csupán 3%-a édesvíz, melynek valójában mindössze 20%-a folyékony halmazállapotú (a többi főleg a sarkvidék jégtakarójában található fagyott, szilárd állapotban).

a) Számítsa ki, hogy hány kilométer lenne annak a legkisebb gömbnek a sugara, amelybe összegyűjthetnénk a Föld folyékony édesvízkészletét! Válaszát egész kilométerre kerekítve adja meg!

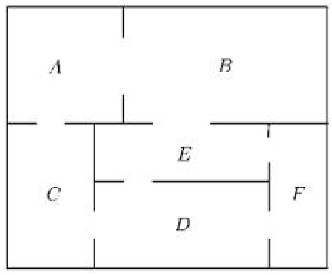


Az ábrán egy környezetvédő szervezet logójának ki nem színezett terve látható. A logó kilenc tartományát három színnel (sárga, kék és zöld) szeretnénk kiszínezni úgy, hogy a szomszédos tartományok különböző színűek legyenek. (Két tartomány szomszédos, ha a határvonalaiknak van közös pontja. Egy-egy tartomány színezéséhez egy színt használhatunk.)

b) Hányféleképpen lehet a logót a feltételeknek megfelelően kiszínezni?

Egy iskolai italautomata meghibásodott, és véletlenszerűen ad szénsavas, illetve szénsavmentes vizet. A diákok tapasztalata szerint, ha valaki szénsavmentes vizet kér, akkor csak 0,8 a valószínűsége annak, hogy valóban szénsavmentes vizet kap. Anna a hét mind az öt munkanapján egy-egy szénsavmentes vizet szeretne vásárolni az automatából, így minden nap az ennek megfelelő gombot nyomja meg.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább négy napon valóban szénsavmentes vizet ad az automata?



18. Az ábrán egy kis múzeum alaprajzát látjuk. A múzeum termei közötti kapcsolatot gráffal is szemléltethetjük. A gráf pontjai a termek, élei pedig az átjárók a termek között. (Egy él egy átjárót szemléltet két terem között.)

a) Rajzolja fel a múzeum termeit és átjáróit szemléltető gráfot!

A múzeumba háromféle belépőjegyet lehet váltani:

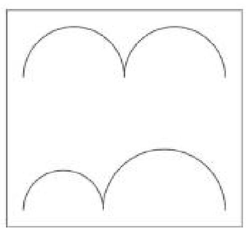
Teljes árú jegy	400 Ft
Kedvezményes jegy (gyerek, diák, pedagógus, nyugdíjas)	250 Ft
Fotójegy (belépőjegy és fényképezőgép-használat)	500 Ft

Januárban négyszer annyi kedvezményes belépőjegyet adtak el, mint teljes árú jegyet, továbbá az eladott fotójegyek száma az eladott teljes árú jegyek számának 12,5%-a volt. A múzeum belépőjegy-eladásból származó bevétele januárban 912 600 Ft volt.

b) Hány belépőjegyet adtak el januárban összesen?

Csilla, Dezső, Emese, Feri és Gyöngyi délelőtt 10-re beszéltek meg találkozót a múzeum előtt. Sorban egymás után érkeznek (különböző időpontokban), véletlenszerűen.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb egy lánynak kell várakoznia fiúra?



A kiállításon több gondolkodtató, minimalista kép is szerepel. Dezső szerint az ábrán látható, csatlakozó félköröket ábrázoló kép címe azért „Egyenlőség”, mert a felső és az alsó görbe vonal hossza egyenlő. A felső görbét alkotó két egyforma félkör átmérőjének összege 48 cm. Az alsó görbét alkotó két félkör átmérőjének összege szintén 48 cm.

d) Igaz-e Dezső sejtése, hogy a két görbe vonal hossza egyenlő?

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	14c	15a	15b	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c	18d
4	6	2	2	3	7	5	7	5	3	5	4	6	6	5	2	4	6	5

II.

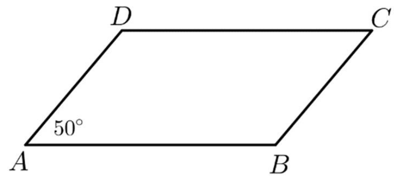
13. Két társaság a városi állatkertbe látogat. Az egyik társaság 1 felnőtt- és 4 gyerekjegy után 4300 Ft-ot, a másik társaság 2 felnőtt- és 5 gyerekjegy után 6350 Ft-ot fizet a belépésért.

a) Számítsa ki a felnőtt- és a gyerekjegy árát!

A jegyekért fizetendő bruttó ár a nettó árnak és az általános forgalmi adónak (áfa) az összege. Az áfa a nettó ár 27%-ával egyenlő.

b) Hány forint a 6350 Ft-os bruttó ár áfatartalma, és a bruttó árnak hány százaléka az áfa összege?

14. Az $ABCD$ paralelogramma AB oldala 5 cm, AD oldala 3 cm hosszú. A paralelogramma A csúcsánál lévő szöge 50°.



a) Számítsa ki a paralelogramma AB oldalhoz tartozó magasságának hosszát és a paralelogramma területét!

b) Számítsa ki a paralelogramma AC átlójának hosszát!

c) Jelölje az $\overrightarrow{AD}$ vektort **a**, a $\overrightarrow{DB}$ vektort **b**. Fejezze ki az $\overrightarrow{AC}$ és a $\overrightarrow{CD}$ vektort az **a** és **b** vektorok segítségével!

15. Egy véletlen kísérlet során két szabályos dobókockával dobunk egyszerre. Ezt a kísérletet többször egymás után elvégezzük. Egy-egy dobás után mindig feljegyezzük a két dobott szám összegét, és ezt az összeget tekintjük a kísérlet kimenetelének.
Az első kilenc kísérlet után ezeket az összegeket jegyeztük fel: 9, 3, 5, 4, 11, 6, 9, 6, 10.

a) Számítsa ki a kilenc számból álló adatsokaság terjedelmét, mediánját, átlagát és szórását!

Legyen az A esemény az, hogy a kísérlet kimenetele 4-nél nagyobb, de 9-nél kisebb.

b) Adja meg az A esemény relatív gyakoriságát az első kilenc kísérlet után!

c) Számítsa ki az A esemény valószínűségét!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Egy strandon egy nyári héten minden nap feljegyezték az adott nap legmagasabb hőmérsékletét és az adott napon eladott belépőjegyek számát. Az alábbi táblázat mutatja a feljegyzett adatokat.

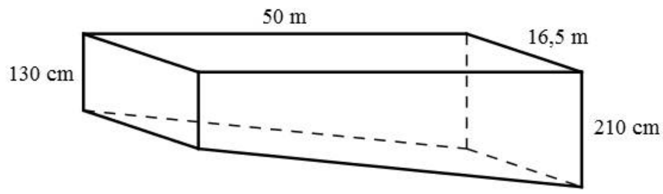
	hétfő	kedd	szerda	csütörtök	péntek	szombat	vasárnap
legmagasabb napi hőmérséklet (°C)	31	28	27	31	32	33	28
eladott belépő-jegyek száma	1246	1315	1167	1275	1358	2617	1786

Tekintsük a táblázatban megadott értékekre vonatkozó következő állítást:
Ha a legmagasabb napi hőmérséklet 30 °C-*nál magasabb, akkor az aznap eladott belépőjegyek száma* 1200-*nál több.*

a) Határozza meg az állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja!

b) Írja fel az állítás megfordítását, és határozza meg az állítás megfordításának logikai értékét! Válaszát indokolja!

A strandon lévő egyik úszómedence 50 méter hosszú és 16,5 méter széles, az egyik végén 130 centiméter, a másik végén 210 centiméter mély. A medence egyenletesen mélyül az egyik végétől a másikig.



c) Legfeljebb mennyi víz fér el a medencében? Válaszát tíz köbméterre kerekítve adja meg!

Az úszómedencében versenyt rendeznek egy úszótábor 8 résztvevője számára. A versenyzőket véletlenszerűen osztják be a medencében lévő 8 sávba.

d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy két versenyző, Matyi és Sári, két egymás melletti sávban fog úszni?

17. a) Egy sorozat tagjai azok a pozitív egész számok (növekvő sorrendben), amelyek 3-mal osztva 1 maradékot adnak. Adja meg a sorozat 56. tagját, és határozza meg, hogy hányadik tagja a sorozatnak az 1456.

b) Írja fel az $A(14; 56)$ ponton átmenő, az $y = 3x + 1$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes egyenletét!

c) Adja meg a [–14; 56] zárt intervallumon értelmezett $x \mapsto 3 \cdot |x+1|$ függvény értékkészletét!

18. Egy számítógépes jelszó annál biztonságosabb, minél több karakterből áll, és az alábbi háromféle karakterből minél többfélét tartalmaz:

- nagybetű (az angol ábécé betűi: 26 különböző lehetőség),
- kisbetű (szintén 26 különböző lehetőség),
- számjegy (0, 1, …, 9).

A Nyers Erő nevű számítógépes alkalmazás másodpercenként kb. 15 millió jelszót tud kipróbálni. András jelszava nem kellően biztonságos, **A** típusú: ezek a jelszavak hat különböző számjegyből állnak.

a) Mennyi idő alatt próbálja ki a Nyers Erő alkalmazás az összes lehetséges **A** típusú jelszót?

Balázs jelszava közepesen biztonságos, **B** típusú: ezek a jelszavak nyolc kisbetűből állnak. Cili jelszava kellően biztonságos, **C** típusú: ezek a jelszavak tíz betűből állnak, melyek közül valamelyik kettő nagybetű, a többi nyolc pedig kisbetű. (A **B** és a **C** típusú jelszóban is előfordulhatnak azonos karakterek.)

b) Hányszor több időbe telik a Nyers Erő alkalmazásnak az összes különböző **C** típusú jelszó kipróbálása, mint az összes **B** típusúé?

Egy számítógépes program megadott jelszavak biztonsági szintjét hasonlítja össze. Ennek során minden megadott jelszó biztonsági szintjét összehasonlítja az összes többi megadott jelszóéval. (Két jelszó összehasonlítását pontosan egyszer végzi el a program.)
Egy alkalommal ez a program valahány jelszó vizsgálata során 900-nál kevesebb összehasonlítást végzett.

c) Legfeljebb hány jelszót hasonlított össze a program?

A titkosítási algoritmusok sokszor használnak nagy prímszámokat. 2018 elején jelent meg a hír, hogy megtalálták az addig ismert legnagyobb prímszámot: ez a $2^{77\,232\,917} - 1$.
Egy matematikai témákkal foglalkozó internetes oldalon ez olvasható:
„*Egy tízes számrendszerben felírt pozitív egész szám számjegyei számának a meghatározásához először vegyük annak* 10-*es alapú logaritmusát. Az így kapott számnál nagyobb egész számok közül a legkisebb lesz a kérdéses szám számjegyeinek a száma.*”

d) Mutassa meg a leírt módszerrel, hogy a $2^{77\,232\,917}$ (tízes számrendszerben felírva) 23 249 425 számjegyből áll!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c	18d
6	5	4	4	4	5	2	6	2	3	6	6	6	5	6	4	4	6	3

II.

13. Adott a [–2; 4] zárt intervallumon értelmezett *f* függvény: $x \mapsto -\frac{1}{2}x + 4$.

a) Mit rendel az *f* függvény az $x = -\frac{3}{4}$ számhoz?

b) Ábrázolja az *f* grafikonját! Adja meg az *f* értékkészletét!

Adott a valós számok halmazán értelmezett *g* függvény: $x \mapsto x^2 - 4x + 3$.

c) Hány olyan szám van, amelyhez a *g* függvény a $\left(-\frac{3}{4}\right)$ értéket rendeli?

14. A statisztikai adatok szerint a közúti balesetek gyakori okai között minden évben szerepel a járművezetők figyelmetlensége, a gondatlan vezetés.

a) Egy autó az autópályán 120 km/h sebességgel halad, és a sofőr 1,5 másodpercig nem figyel az útra. Hány métert tesz meg az autó ennyi idő alatt?

A gyorshajtás szintén a gyakori baleseti okok között szerepel. A tapasztalatok szerint, ha egy sofőr betartja az autópályán a 130 km/h sebességhatárt, akkor az átlagsebessége legfeljebb 120 km/h körül alakulhat. A Siófok–Budapest távolság közelítőleg 100 km.

b) Számítsa ki, hogy hány perccel rövidebb idő szükséges a Siófok–Budapest távolság megtételéhez, ha 120 km/h átlagsebesség helyett átlagosan 130 km/h-val teszi meg ezt a távot egy autó!

2018 januárjában Magyarországon összesen 1178 személyi sérüléssel járó közúti baleset történt, melyek közül 440 esetben a gyorshajtás volt a fő ok. A balesetek okainak megoszlását egy kördiagramon szeretnénk ábrázolni.

c) Mekkora középponti szög tartozik a kördiagramon a gyorshajtáshoz? Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!

15. a) Egy számtani sorozat első és harmadik tagjának összege 8. A sorozat harmadik, negyedik és ötödik tagjának összege 9. Adja meg a sorozat első tíz tagjának összegét!

b) Egy derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm-rel, a másik 9 cm-rel rövidebb, mint az átfogó. Mekkorák a háromszög oldalai?

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

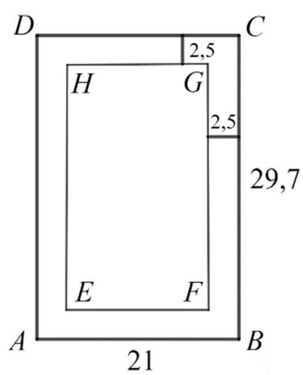
16. Egy A4-es papírlapot négy egyforma kisebb lapra vágtunk. Ezekre a kisebb lapokra felírtuk az 1, 2, 3, 4 számokat, mindegyik lapra egy számot. A négy lapot véletlenszerűen sorba rakjuk.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy így sem két páros, sem két páratlan szám nem kerül egymás mellé?

Egy A4-es papírlap vastagsága 0,1 mm. Egy ilyen papírlapot kettévágunk, majd a keletkező két fél lapot egymásra tesszük. Az így kapott „kupacot” ismét kettévágjuk, és a keletkező négy negyedlapot egymásra tesszük (a kupac magassága ekkor 0,4 mm). Ezt a műveletet tovább folytatjuk, tehát először egy vágással a kupacot kettévágjuk, majd a keletkező lapokat egymásra tesszük. Azt tervezzük, hogy ezt a műveletet összesen 20-szor hajtjuk végre. Luca szerint, ha ezt meg tudnánk tenni, akkor a 20 vágás és egymásra rakás után keletkező kupac magasabb lenne, mint 100 méter.

b) Igaza van-e Lucának? Válaszát számítással igazolja!

Egy A4-es papírlap méretei: 21 cm × 29,7 cm. A szövegszerkesztő programok általában 2,5 cm-es margóval dolgoznak, vagyis a papírlap minden oldalától számítva egy-egy 2,5 cm-es sáv üresen marad (lásd az ábrát). A lap közepén a szövegnek fennmaradó rész szintén téglalap alakú. Zsófi szerint az *ABCD* és az *EFGH* téglalapok hasonlók.



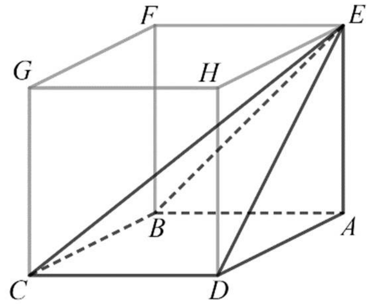
c) Igaza van-e Zsófinak? Válaszát indokolja!

Tekintsük a következő állítást:

Ha két négyszög hasonló, akkor megfelelő szögeik páronként egyenlők.

d) Adja meg az állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)!
Írja fel az állítás megfordítását, és adja meg a megfordítás logikai értékét is!
Ez utóbbi válaszát indokolja!

17. Az $ABCDEFGH$ kocka élhosszúsága 6 cm.



a) Számítsa ki az ábrán látható $ABCDE$ gúla felszínét!

b) Fejezze ki az $\overrightarrow{EC}$ vektort az $\overrightarrow{AB}$, az $\overrightarrow{AD}$ és az $\overrightarrow{AE}$ vektorok segítségével!

Egy 12 cm magas forgáskúp alapkörének sugara 6 cm.

c) Mekkora szöget zár be a kúp alkotója az alaplappal?

A fenti forgáskúpot két részre vágjuk az alaplap síkjával párhuzamos síkkal. Az alaplap és a párhuzamos sík távolsága 3 cm.

d) Számítsa ki a keletkező csonkakúp térfogatát!

18. Egy 125 férőhelyes szállodában összesen 65 szoba van: egy-, két- és háromágyasak.

a) Hány háromágyas szoba van a szállodában, ha a kétágyas szobák száma háromszorosa az egyágyas szobák számának?

A szállodába egy hat főből álló társaság érkezik: Aladár, Balázs, Csaba, Dezső, Elemér és Ferenc. Aladár és Balázs testvérek. A társaság tagjai az egyágyas 101-es, a kétágyas 102-es és a háromágyas 103-as szobát kapják.
A recepciós kitesz a pultra egy darab 101-es, két darab 102-es és három darab 103-as szobakulcsot. A társaság tagjai a pultra helyezett kulcsok közül véletlenszerűen elvesznek egyet-egyet (ezzel kiválasztják a szobájukat).

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Aladár és Balázs kerül a 102-es szobába!

Érkezésük után a vendégek a szálloda éttermében vacsoráztak. Vacsorájukra várva látták, hogy az egyik pincér – sietős mozdulatai közben – leejtett és összetört egy tányért.
A szálloda pincérei felszolgálás közben átlagosan minden kétezredik tányért összetörik (ezt tekinthetjük úgy, hogy $\frac{1}{2000}$ annak a valószínűsége, hogy egy adott tányért összetörnek).
A pincérek a következő vacsora alkalmával összesen 150 tányért szolgálnak fel.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a következő vacsora közben a pincérek legalább egy tányért összetörnek!

Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	14c	15a	15b	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	17d	18a	18b	18c
2	5	4	4	4	3	7	7	4	4	5	4	6	3	3	5	7	6	4

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}=2$$

Legyenek *f*, *g* és *h* függvények a valós számok halmazán értelmezve úgy, hogy

$$f(x)=x-1,\quad g(x)=2^x,\quad h(x)=|x|-3.$$

b) Adja meg annak a függvénynek a betűjelét, amely a (–2)-höz (–1)-et rendel!

c) Töltse ki az alábbi táblázatot az „igaz” és „hamis” szavakkal annak megfelelően, hogy az adott kijelentés igaz vagy hamis az adott függvény esetén!

	van zérushelye	monoton növekvő a teljes értelmezési tartományon	van minimuma
f			
g			
h			

14. A 2016-os nyári olimpiai játékok női súlylökés versenyszámának döntője alapján készült az alábbi, hiányosan kitöltött táblázat, amely az első öt helyezett dobásainak hosszát mutatja. Egy adott versenyző eredménye az érvényes dobásai közül a legnagyobb. A táblázatban az × az érvénytelen dobást jelzi.

Név (*ország*)	1. dobás (m)	2. dobás (m)	3. dobás (m)	4. dobás (m)	5. dobás (m)	6. dobás (m)	Eredmény (m)	Helyezés
Valerie Adams *Új-Zéland*	19,79	20,42	19,80	×	×	20,39		
Michelle Carter *Egyesült Államok*	19,12	19,82	19,44	19,87	19,84	20,63		
Kung Li-Csiao *Kína*	18,98		19,18	×	×	×	19,39	
Márton Anita *Magyarország*	17,60	18,72	19,39	19,38	19,10	19,87		
Raven Saunders *Egyesült Államok*	18,88	×	×	×	×	19,35		

a) Töltse ki a táblázat tíz üres mezőjét!

b) Számítsa ki Márton Anita hat dobásának átlagát és szórását!

A súlylökés, mint versenyszám hivatalos leírásában ez szerepel:
„A súlylökés a nőknél 4 kg-os, vasból vagy sárgarézből készült, gömb alakú, tömör fémgolyóval történik, melynek átmérője nagyobb, mint 9,5 cm, de kisebb, mint 11 cm.”

c) Hány centiméter a sárgarézből készülő 4 kg-os golyó átmérője, ha 1 cm^3 sárgaréz tömege 8,73 gramm?

15. Egy textilgyár felmérést készített, hogy a vásárlói igényeknek megfelelő arányban gyárthassa le törölközőit. Megkérdeztek 500 járókelőt arról, hogy négy lehetséges szín közül melyik színben vásárolnának legszívesebben ilyen törölközőt. Az alábbi táblázatban látható a felmérés eredménye.

	kék	sárga	piros	zöld
válaszok száma	176	153	124	47

A gyár a válaszoknak megfelelő arányban határozta meg az egyes színekből készülő törölközők darabszámát.

a) Számítsa ki, hogy hány kék, sárga, piros, illetve zöld törölközőt gyártottak, ha összesen 10 000 darab készült! A darabszámokat százasokra kerekítve adja meg!

Négy kék, két sárga és egy piros törölköző közül (visszatevés nélkül) véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkét törölköző sárga lesz?

A textilgyárban dolgozók között tavaly háromszor annyi nő volt, mint férfi. Idén felvettek még 70 nőt és 6 férfit, így már négyszer annyi nő dolgozik a gyárban, mint férfi.

c) Hány nő és hány férfi dolgozója van a gyárnak idén?

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben $A(-8; -12)$, $B(8; 0)$ és $C(-1; 12)$.
Az A pontnak a B pontra vonatkozó tükörképe a D pont.

a) Számítsa ki a D pont koordinátáit!

b) Írja fel az ABC háromszög B csúcsán áthaladó magasságvonalának egyenletét!

c) Igazolja, hogy az ABC háromszög B csúcsánál derékszög van!

Az A, B és C pontokat szeretnénk a kék, zöld és sárga színekkel színezni úgy, hogy mindhárom pontot színezzük valamelyik színnel, de egy színezésen belül nem használjuk fel mindhárom színt.

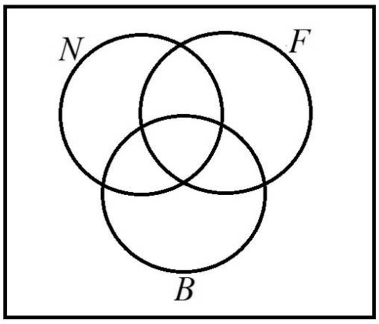
d) Hány különböző színezés lehetséges ezekkel a feltételekkel?

17. Egy erdészetben azt tervezték, hogy 30 nap alatt összesen 3000 fát ültetnek el úgy, hogy a második naptól kezdve minden nap 2-vel több fát ültetnek el, mint az azt megelőző napon.

a) Hány fát kellett elültetni az első napon, és hány fát kellett elültetni a 30. napon a terv teljesítéséhez?

A telepítés után egy évvel három szempontból vizsgálják meg a telepített fák állapotát. Ha valamelyik nem fejlődik megfelelően, akkor az N jelet kapja. Ha fertőző betegség tünetei mutatkoznak rajta, akkor a B jelet, ha pedig valamilyen fizikai kár érte (pl. a szél megrongálta), akkor az F jelet kapja. Egy fa több jelet is kaphat.

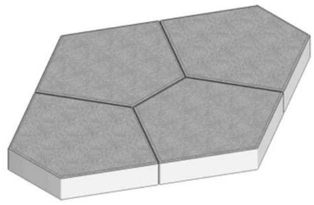
Az összes jelölés elvégzése és összesítése után kiderült, hogy a telepített 3000 fa közül N jelet 45, B jelet 30, F jelet 20 fa kapott. Ezeken belül N és B jelet 21, N és F jelet 13, B és F jelet 4 fának adtak. 2 olyan fa van, amely mindhárom jelet megkapta.



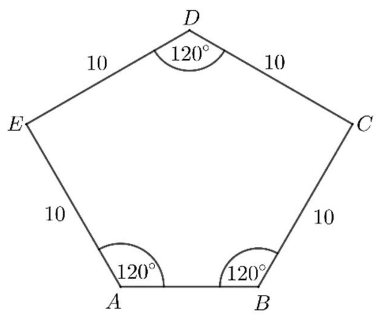
b) Töltse ki az alábbi halmazábrát a megfelelő adatokkal!
Állapítsa meg, hogy hány olyan fa van a telepítettek között, amelyik nem kapott semmilyen jelet!

Egy erdő faállománya az elmúlt időszakban évről évre 3%-kal növekedett. A faállomány most 10 000 m^3.

c) Hány év múlva éri el az erdő faállománya a 16 000 m^3-t, ha az továbbra is évről évre 3%-kal növekszik?



18. Egy sétálóutca díszburkolatát ötszög alapú egyenes hasáb alakú kövekkel készítik el. (Az ábrán négy ilyen követ lehet látni a burkolaton megfigyelhető elrendezésben.)
A kő alapját képező $ABCDE$ ötszög tengelyesen szimmetrikus (egy, a D csúcson átmenő egyenesre), négy oldala 10 cm hosszú, három szöge 120°-os, az ábrának megfelelően.



a) Számítással igazolja, hogy az AED és a BCD háromszög derékszögű!

b) Számítsa ki az $ABCDE$ ötszög területét!

Róbert egy járdaszakaszt egyedül 20 óra alatt burkolna le ezzel a kővel, Sándor ugyanazt a munkát egyedül 30 óra alatt végezné el.

c) Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak?

Ezt a követ szürke és sárga színben árulják a kereskedésben. A dobozokon matrica jelzi a dobozban lévő kövek színét. Átlagosan minden századik dobozon rossz a matrica: szürke helyett sárga vagy fordítva. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy 0,01 annak a valószínűsége, hogy rossz matrica került a dobozra.)
Péter kiválaszt 21 szürke jelzésű dobozt, és ellenőrzi a dobozokban lévő kövek színét.

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 21 kiválasztott doboz közül legalább 20 dobozban valóban szürke kő van?

Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c	18d
	2	5	3	3	6	3	3	5	3	4	4	6	5	6	6	2	6	4	5

II.

13. a) Gondoltam egy számra. A szám feléből kivontam 5-öt, a különbséget megszoroztam 4-gyel, majd az így kapott számhoz hozzáadtam 8-at. Így éppen az eredeti számot kaptam eredményül. Melyik számra gondoltam?

b) Egy számtani sorozat tizedik tagja 18, harmincadik tagja 48. Adja meg a sorozat első tagját és differenciáját!

14. Az *ABC* derékszögű háromszög *BC* befogójának hossza 40 cm, *AB* átfogójának hossza 41 cm.

a) Mekkora a háromszög területe? Válaszát dm^2-ben adja meg!

b) Mekkorák a háromszög hegyesszögei?

c) Mekkora a háromszög köré írt kör kerülete? Válaszát egész centiméterre kerekítve adja meg!

15. Egy klímakutató a globális éves középhőmérséklet alakulását vizsgálja. Rendelkezésére állnak a Föld évenkénti középhőmérsékleti adatai 1900-tól kezdve. A kutató az adatok alapján az alábbi f függvénnyel modellezi az éves középhőmérséklet alakulását:

$$f(x) = 0{,}0001x^2 - 0{,}0063x + 15{,}2.$$

A képletben x az **1900 óta eltelt** évek számát, $f(x)$ pedig az adott év középhőmérsékletét jelöli Celsius-fokban ($0 \leq x \leq 119$).

a) Számítsa ki, hogy a modell szerint 2018-ban hány fokkal volt magasabb az éves középhőmérséklet, mint 1998-ban!

b) Melyik évben volt az éves középhőmérséklet 15,42 °C?

A kutató (a 2000 óta mért adatok alapján tett) egyik feltételezése szerint 2018 utáni néhány évtizedben a globális éves középhőmérséklet alakulását a következő függvénnyel lehet előre jelezni:

$$g(t) = 15{,}92 \cdot 1{,}002^t.$$

Ebben a képletben t a 2018 óta eltelt évek számát, $g(t)$ pedig az adott év becsült középhőmérsékletét jelöli Celsius-fokban ($0 \leq t$).

c) Ezt a modellt alkalmazva számítsa ki, hogy melyik évben lesz az éves középhőmérséklet 16,7 °C!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. A Föld Nap körüli pályájának hossza kb. 939 millió km. A Föld egy teljes Nap körüli „kört” kb. 365,25 nap alatt tesz meg.

a) Számítsa ki, hogy hány km/h a Föld átlagsebessége egy teljes kör megtétele során!

A Naprendszer Naptól legtávolabbi bolygója a Neptunusz, mely kb. 4,2 fényóra távolságra van a Naptól. A fényóra az a távolság, melyet a fény egy óra alatt megtesz.

b) Számítsa ki a Neptunusz kilométerben mért távolságát a Naptól! Válaszát normálalakban adja meg! (A fény egy másodperc alatt kb. 300 000 km-t tesz meg.)

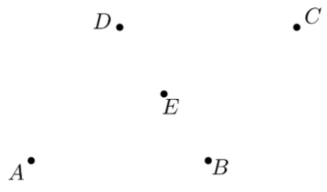
A Naprendszer bolygói: Merkúr, Vénusz, Föld, Mars, Jupiter, Szaturnusz, Uránusz és Neptunusz. Egy földrajzdolgozatban a Naptól való távolságuk sorrendjében kell megadni a bolygókat. Judit csak abban biztos, hogy a Föld a harmadik a sorban, a Neptunusz pedig a legutolsó. Ezeket helyesen írja a megfelelő helyre. Emlékszik még arra is, hogy a Naphoz a Merkúr és a Vénusz van a legközelebb, de a sorrendjüket nem tudja, így e két bolygó sorrendjére is csak tippel. Végül a többi négy bolygó nevét véletlenszerűen írja be a megmaradt helyekre.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Judit éppen a helyes sorrendben adja meg a bolygókat!

A nyolc bolygó nevét egy-egy cédulára felírjuk, és ezeket beletesszük egy kalapba. Kétszer húzunk a kalapból véletlenszerűen egy-egy cédulát.

d) Visszatevéses vagy visszatevés nélküli húzás esetén nagyobb a valószínűsége annak, hogy legalább az egyik kihúzott cédulán a Föld neve szerepel? (Visszatevéses húzás esetén az először húzott cédulát a második húzás előtt visszatesszük, visszatevés nélküli húzás esetén nem tesszük vissza.)

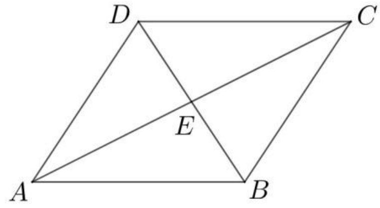
17. Tekintsük az *A*, *B*, *C*, *D* és *E* pontokat egy gráf csúcsainak.



a) Egészítse ki élekkel a fenti ábrát úgy, hogy a kapott gráfban minden csúcs fokszáma 2 vagy 3 legyen!

b) Lehet-e olyan 5 csúcsú gráfot rajzolni, amelyben minden csúcs fokszáma pontosan 3?

Az *A*, *B*, *C*, *D* pontok egy paralelogrammát alkotnak, az *E* pont az átlók metszéspontja.



c) Fejezze ki az $\overrightarrow{AB}$ vektort a $\overrightarrow{DA}$ és $\overrightarrow{DE}$ vektorok segítségével!

Egy *ABCD* paralelogrammát elhelyeztünk a koordináta-rendszerben. Tudjuk, hogy az *AB* egyenes egyenlete $2x - 5y = -4$, az *AD* egyenes egyenlete pedig $3x - 2y = -6$. A *C* pont koordinátái (5; 5), a *B* pont első koordinátája 3.

d) Határozza meg a paralelogramma *A*, *B* és *D* csúcsának koordinátáit!

18. Egy huszonnyolcas acélszög három forgástestre bontható. A feje egy olyan csonkakúp, amelynek alapköre 5 mm, fedőköre 2 mm átmérőjű, magassága pedig 1 mm. A szög hengeres része 25 mm hosszú, átmérője szintén 2 mm. Végül a szög hegye egy olyan forgáskúpnak tekinthető, melynek magassága 2,5 mm, alapkörének átmérője pedig 2 mm.

a) Mekkora egy ilyen acélszög teljes hossza?

A barkácsboltban 10 dkg huszonnyolcas acélszöget kérünk.

b) Körülbelül hány darab szöget kapunk, ha a szög anyagának sűrűsége 7,8 g/cm^3? (Tömeg = sűrűség × térfogat.)

Megkértünk 50 embert, hogy egy barkácsboltban vegyenek egy-egy marék (kb. 10 dkg) acélszöget ugyanabból a fajtából, majd megszámoltuk, hogy hány darab szöget vásároltak.
Az alábbi táblázat mutatja a darabszámok eloszlását.

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
120-124	1
125-129	2
130-134	6
135-139	17

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
140-144	10
145-149	7
150-154	5
155-159	2

c) Készítsen oszlopdiagramot a táblázat alapján!

d) Számítsa ki az 50 adat mediánját és átlagát! Mindkét esetben az osztályközepekkel (az egyes osztályok alsó és felső határának átlagával) számoljon!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	17d	18a	18b	18c	18d
5	5	5	3	4	4	5	5	3	3	4	7	2	3	3	9	2	8	3	4

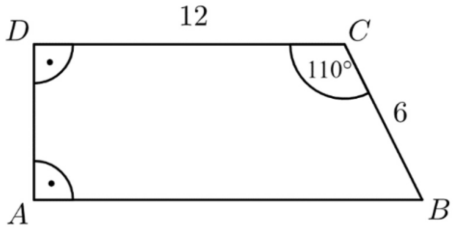
II.

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(x + 4)^2 + (x + 1)\cdot(x + 2) = 9$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left.\begin{aligned} 2x + y &= 7 \\ 3x - 7y &= 36 \end{aligned}\right\}$$



14. Az *ABCD* derékszögű trapéz 6 cm-es *BC* szára 110°-os szöget zár be a 12 cm-es *CD* alappal.

a) Számítsa ki a trapéz másik két oldalának a hosszát!

b) Számítsa ki a *BCD* háromszög *BD* oldalának hosszát és ismeretlen szögeinek nagyságát!

15. Amerikai kutatók 104 labrador genetikai elemzése alapján felállítottak egy egyenletet, amellyel (a kutya 3 hónapos korától) megmondható, milyen korú az adott kutya emberévekben.[1] A kutya valódi életkorát években mérve jelölje K, ekkor az emberévekben kifejezett életkort (E) az alábbi képlettel kapjuk: $E = 37\cdot\lg K + 31$ (ahol $K > 0{,}25$).

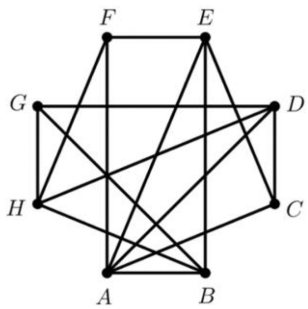
a) Egy kutya emberévekbe átszámított életkora $E = 70$ év. Hány év, hány hónap ennek a kutyának a valódi életkora? Válaszát egész hónapra kerekítve adja meg!

Egy másik átszámítás szerint – a kutya 3 éves korától kezdve – az emberévekben kifejezett életkor az $e = 5{,}5\cdot K + 12$ képlettel kapható meg (ahol $K > 3$).

b) Számítsa ki egy $K = 8$ éves labrador esetén az emberévekben kifejezett életkort mindkét képlettel! Az amerikai kutatók képletéből kiszámított érték hány százalékkal nagyobb, mint a másik képletből kiszámított érték?

[1] https://www.cell.com/action/showPdf?pii=S2405-4712%2820%2930203-9

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!



16. Egy nyolc csapatos jégkorongbajnokságban minden csapat minden másikkal egyszer mérkőzik meg. Az ábrán látható gráf az eddig lejátszott mérkőzéseket szemlélteti. A pontok a csapatokat jelképezik, és két pont között pontosan akkor van él, ha a két csapat már játszott egymással. A bajnokságból 5 fordulót már megrendeztek, ám néhány mérkőzés elmaradt. (Egy fordulóban – ha nincs elmaradó mérkőzés – mindegyik csapat egy mérkőzést játszik.)

a) Adja meg három olyan csapat betűjelét, melyek közül bármely kettő már lejátszotta az egymás közötti mérkőzését!

b) Hány mérkőzés maradt el az első 5 fordulóban?

Az egyik játékos 0,3 valószínűséggel szerez gólt egy büntetőlövésből.

c) Mekkora a valószínűsége, hogy 10 büntetőlövésből pontosan 4 gólt szerez?

A szabványos jégkorong egy olyan vulkanizált gumihenger, amelynek magassága 2,54 cm (1 inch), alapkörének átmérője 7,62 cm (3 inch). Az egyik csapat a pálya bejáratához egy olyan nagyméretű korongot terveztet, amely (matematikai értelemben) hasonló a szabványos jégkoronghoz. A tervben szereplő nagyméretű korong térfogata 1 m³.

d) Számítsa ki a nagyméretű korong magasságának és alapköre átmérőjének a hosszát!

17. a) Az $x \mapsto mx + b$ lineáris függvény 1-hez 200-at, 21-hez pedig 5200-at rendel. Adja meg m és b értékét!

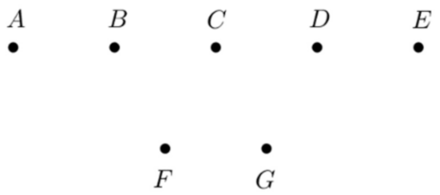
Anna szeretne részt venni a Balaton-átúszáson, amelyhez két különböző 21 napos edzéstervet készít. Azt már elhatározta, hogy az első napon 200 métert, az utolsó, 21. napon pedig az átúszás teljes távját, 5200 métert úszik. Az egyik edzéstervben a napi úszásmennyiségek egy számtani sorozat egymást követő tagjai, a másik változatban pedig (jó közelítéssel) egy mértani sorozaté.

b) A teljes felkészülés alatt összesen hány métert úszna Anna az egyik, illetve a másik változatban?

A 2020-as Balaton-átúszáson az indulók 36%-a volt nő, átlagéletkoruk 35 év. Az indulók 64%-a volt férfi, átlagéletkoruk 38 év.

c) Mennyi volt ebben az évben az összes induló átlagéletkora?

18. Az ábrán szereplő A, B, C, D és E pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az F és G pontokra illeszkedő egyenessel.



a) Hány olyan különböző egyenes létezik, amely az ábrán lévő pontok közül legalább kettőre illeszkedik?

b) Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait az ábrán szereplő 7 pont közül választjuk ki? (Két háromszöget különbözőnek tekintünk, ha legalább az egyik csúcsukban eltérnek egymástól.)

Egy háromszög csúcsai: $K(-1; 5)$, $L(1; 1)$, $M(5; 3)$.

c) Igazolja, hogy a háromszög L-nél lévő szöge derékszög!

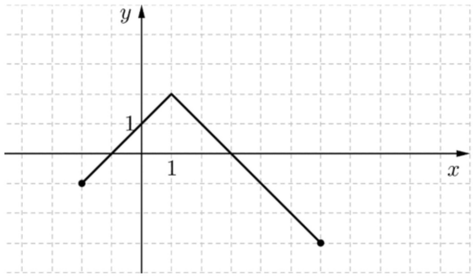
d) Írja fel a háromszög körülírt körének az egyenletét!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	15a	15b	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c	18d
6	6	6	6	6	6	2	4	4	7	5	8	4	3	5	4	5

II.

13. Az alábbi ábrán a [–2; 6] zárt intervallumon értelmezett $f(x) = -|x - 1| + 2$ függvény grafikonja látható.



a) Jellemezze a függvényt a következő szempontok szerint:
– zérushelyek;
– maximum helye és értéke;
– értékkészlet.

b) Az [1; 6] intervallumon a függvény az $x \mapsto m \cdot x + b$ hozzárendeléssel is megadható. A grafikon alapján határozza meg m és b értékét!

c) Mely x valós számok esetén teljesül az $f(x) < 1$ egyenlőtlenség?

14. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} = \frac{5}{6}$, ahol $x \neq 2$ és $x \neq 3$

b) $7^{x+2} - 7^{x+1} = 2058$

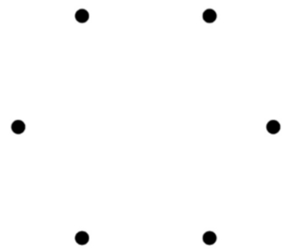
15. Egy 32 fős osztályban 13 lány van.

a) Az osztály tanulói közül kettőt véletlenszerűen kiválasztunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy két lányt választunk?

Ebben a tanévben három filmvetítést tartott az iskola filmklubja. A 32 fős osztály minden tanulója részt vett legalább az egyik vetítésen. Közülük az első filmet 11-en, a másodikat 14-en látták, és 3 olyan tanuló volt, aki az elsőt és a másodikat is megnézte.

b) Hány olyan tanuló van az osztályban, aki csak a harmadik filmet látta?

Egy új közösségi oldalon Anna, Bence, Cili, Dénes, Edit és Feri már regisztrálta magát. Ahhoz, hogy két regisztrált felhasználó *ismerős* legyen az oldalon, kölcsönösen be kell jelölniük egymást. A 6 fő között Anna már csak Bencével *nem ismerős*, a többiekkel igen. Cili (Annán kívül) Ferivel, Bence pedig csupán Edittel *ismerős*. Dénes, Edit és Feri még *nem ismerősei* egymásnak az oldalon.



c) Szemléltesse gráffal, hogy a 6 fő közül ki kivel *ismerős* ezen a közösségi oldalon, és adja meg, hány olyan „pár” van közöttük, akik még *nem ismerősei* egymásnak?

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Egy fémipari kisvállalkozás acéltartályokat gyárt. A tartály folyadékkal megtölthető része egy forgáskúpból és egy rá illeszkedő forgáshengerből áll. A kúp és a henger alapkörének átmérője egyaránt 80 cm, a kúp magassága 110 cm, a henger magassága 120 cm.

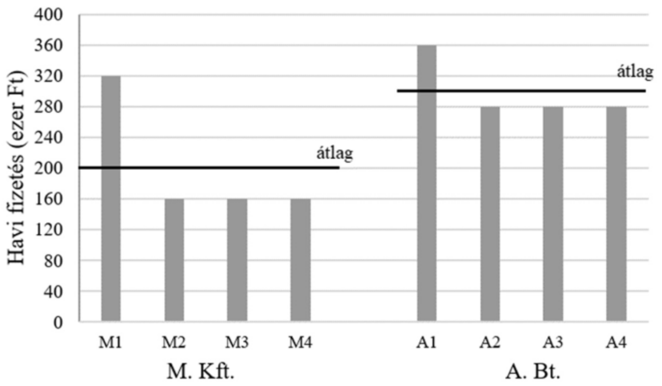
a) Legfeljebb hány liter folyadék fér a tartályba?

b) Mekkora a kúp nyílásszöge?

A tartályok a sorozatgyártás megkezdésekor még viszonylag magas hibaaránnyal készülnek: 8% annak a valószínűsége, hogy egy elkészülő tartály hibás lesz.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 10 elkészülő tartály között legfeljebb egy hibás lesz!

Két fémipari kisvállalkozásnak négy-négy dolgozója van. Az alábbi diagramon az ő havi fizetésüket és ezek (cégen belüli) átlagát ábrázoltuk.



d) Melyik cégnél nagyobb a havi fizetések szórása? Válaszát indokolja!

17. Egy darab A4-es méretű, tehát 210 × 297 mm-es irodai másolópapír tömege jó közelítéssel 5 gramm. A másolópapír sűrűsége 0,8 gramm/cm^3.

a) Határozza meg a másolópapír vastagságát! Válaszát milliméterben adja meg! (sűrűség = tömeg/térfogat)

Egy 2 : 3 oldalarányú, 10 × 15 cm-es (fekvő formátumú) fotóról (fekvő) A4-es méretű nagyítást szeretnénk készíteni. A fotó és az A4-es papír oldalaránya nem egyezik meg, ezért két megoldás közül választhatunk.
A FIT-eljárás alkalmazása esetén a teljes kép látható lesz a nagyításon, de az oldalarány-különbség miatt a lap alsó és felső szélén két, egyenlő szélességű fehér csík keletkezik.
A FILL-eljárás alkalmazása esetén a nagyításon nem lesz fehér csík, csupán az eredeti kép bal és jobb széléről marad le két egybevágó, téglalap alakú rész.

eredeti FIT FILL

b) Határozza meg a FIT-eljárás alkalmazása esetén keletkező fehér csíkok szélességét!

c) A FILL-eljárás alkalmazása esetén az eredeti kép területének hány százaléka marad le a nagyításról?

Egy fotókidolgozással foglalkozó vállalkozás 10 × 15 cm-es nagyítás megrendelése esetén a következő árakkal dolgozik:

1-50 db kép megrendelése esetén 59 Ft/kép;
51-100 db kép megrendelése esetén 49 Ft/kép;
100-nál több kép megrendelése esetén 39 Ft/kép.

Balázs 51 darab 10 × 15-ös képet rendelt. Hajni kevesebb képet rendelt, végül mégis többet fizetett, mint Balázs.

d) Hány képet rendelhetett Hajni?

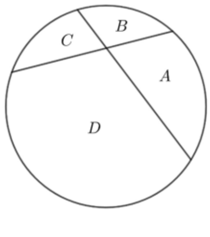
18. A k kör egyenlete a koordináta-rendszerben: $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 15 = 0$.

a) Igazolja, hogy a kör középpontjának koordinátái (1; 2), és adja meg a kör sugarát!

Az A pont illeszkedik a k körre, első koordinátája 3, második koordinátája pozitív szám.

b) Írja fel az A ponton átmenő, a kört érintő egyenes egyenletét!

Az alábbi körlap négy tartományát szeretnénk egy-egy színnel kiszínezni úgy, hogy szomszédos tartományok ne legyenek azonos színűek. (Például az A-val jelölt tartomány szomszédos B-vel és D-vel, de nem szomszédos C-vel.) A színezéshez a piros, sárga, kék és zöld színek állnak rendelkezésünkre.



c) Hányféleképpen végezhetjük el a színezést, ha legalább három színt fel kell használnunk?

Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	17d	18a	18b	18c
6	3	4	6	5	4	4	4	5	4	5	3	4	4	5	4	4	7	6

II.

A

13. Egy kisvárosban, ha taxival utazunk, a szolgáltatásért fizetendő viteldíj az alapdíj és a kilométerdíj összege. Az út hosszától független alapdíj 700 Ft, a megtett út hosszával egyenesen arányos kilométerdíj pedig kilométerenként 300 Ft. (A taxióra folyamatosan pörög, nemcsak egész kilométerenként mér.)

a) Hány forint a viteldíj ebben a kisvárosban, ha 12,5 kilométert utazunk taxival? (2 pont)

b) Hány kilométert utaztunk taxival, ha a viteldíj 2275 Ft? (2 pont)

c) Az alábbi koordináta-rendszerben ábrázolja a viteldíjat a megtett út függvényében 0 és 5 kilométer között! (3 pont)

Egy másik kisvárosban a taxis utazás viteldíja szintén alapdíjból és kilométerdíjból tevődik össze. Gergő ebben a városban hétfőn egy 6,5 km hosszú taxizás után 2825 forintot fizetett, kedden pedig egy 10,4 kilométeres út után 4190 forintot.

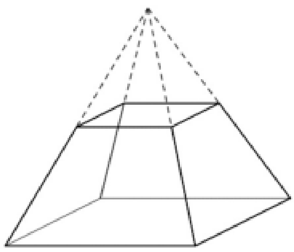
d) Hány forint ebben a városban az alapdíj, és hány forint a kilométerdíj? (5 pont)

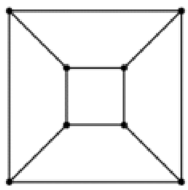
14. Egy négyzet alapú szabályos gúla alapélének hossza 66 cm, a gúla magassága 56 cm.

a) Számítsa ki a gúla felszínét! (5 pont)

A gúlát két részre vágjuk egy olyan síkkal, amely párhuzamos az alaplappal, és a gúla magasságát felezi.

b) Számítsa ki az így keletkező csonkagúla térfogatát! (4 pont)





A csonkagúla csúcsait és éleit gráfként is fel tudjuk rajzolni. Az így kapott 8 pontú gráfban minden pont fokszáma 3.

c) Létezik-e olyan 7 pontú gráf, amelyben minden pont fokszáma 3? (Ha válasza igen, akkor rajzoljon ilyen gráfot, ha a válasza nem, akkor válaszát indokolja.) (2 pont)

15. Dávidnak ebben a félévben három darab 3-as és két darab 5-ös érdemjegye van angolból. Jánosnak is öt jegye van angolból. Az ő jegyeinek mediánja 1-gyel nagyobb, mint Dávid jegyeinek mediánja, az átlaga viszont 1-gyel kisebb Dávid jegyeinek átlagánál.

a) Határozza meg János angoljegyeit! (A jegyek egész számok.) (6 pont)

Eszter az első félévben 9 jegyet szerzett angolból, és ezek átlaga pontosan 3. A második félévben 6 jegyet szerzett, ezek átlaga pontosan 4,5.

b) Mennyi Eszter egész évben szerzett angoljegyeinek az átlaga? (3 pont)

Az $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ halmaz elemei közül véletlenszerűen kiválasztunk két különbözőt.

c) Mennyi a valószínűsége, hogy a két kiválasztott szám átlaga egész szám lesz? (4 pont)

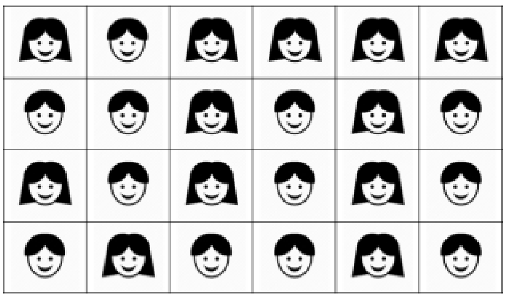
B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben: A(5; 6), B(4; 2) és C(8; 2).
a) Számítsa ki a háromszög A-nál lévő belső szögét! (6 pont)
b) Írja fel a háromszög B-re illeszkedő magasságvonalának egyenletét, és számítsa ki a háromszög M magasságpontjának koordinátáit! (7 pont)
Az ABC háromszöget a B pontból középpontosan a kétszeresére nagyítjuk, így az A'B'C' háromszöget kapjuk.
c) Adja meg az A'B'C' háromszög csúcsainak koordinátáit! (4 pont)

17. a) Egy számtani sorozat második tagja 24, ötödik tagja 81. Hány százalékkal nagyobb a sorozat első 16 tagjának összege a sorozat 106. tagjánál? (8 pont)
b) Egy mértani sorozat második tagja 24, ötödik tagja 81. A sorozat tagjai között hány olyan van, amelyik kisebb, mint 10 000 000? (9 pont)

18. Egy osztályban kétszer annyian járnak matematikafakultációra, mint fizikafakultációra. Összesen 15 olyan diák van az osztályban, aki a két fakultáció közül valamelyikre jár. A 15 diák közül 6-an mindkét fakultációra járnak.
a) Hány olyan diák van az osztályban, aki matematikafakultációra jár, de fizikára nem? (4 pont)



A távoktatás időszakában ennek az osztálynak a tagjai a tanárral együtt 24-en vesznek részt az alap-matematikaórákon. Az órákon használt online alkalmazás 4 sorban és 6 oszlopban rendezi el a résztvevőket megjelenítő egybevágó kis téglalapokat úgy, hogy ezek kitöltik a teljes képernyőt. Stefi számítógépén a képernyő vízszintes és függőleges oldalának aránya 16: 9.
b) Adja meg egy kis téglalap vízszintes és függőleges oldalának arányát két egész szám hányadosaként! (5 pont)

Az alkalmazás a bejelentkező személyekhez tartozó 24 téglalapot véletlenszerűen rendezi el a képernyőn.
c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a következő órán Stefit és barátnőjét, Cilit megjelenítő téglalap is a képernyő első sorába fog kerülni! (A 24 kis téglalapot az alkalmazás mindig 4 sorban és 6 oszlopban rendezi el.) (5 pont)

A 24 bejelentkező személyt a képernyőn 24!-féleképpen lehet elrendezni.
d) Mutassa meg, hogy a 24! osztható 10 000-rel! (3 pont)

13. **a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(x-5)^2+7=2x$$

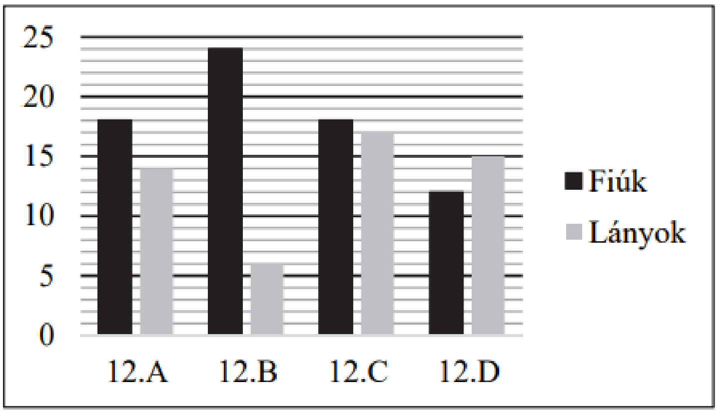
5 pont

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left.\begin{aligned} x+y&=1 \\ 0,7x+0,2y&=x \end{aligned}\right\}$$

6 pont

14. Az ábrán látható diagram egy végzős évfolyam négy osztályában mutatja a fiúk és a lányok számát.



a) A legkisebb létszámú osztályban a lányok száma hány százaléka a fiúk számának? (3 pont)
b) Töltse ki az alábbi táblázatot, majd határozza meg a 4 adat terjedelmét, átlagát és szórását! (5 pont)

osztály	12.A	12.B	12.C	12.D
lányok létszáma				

A 12.B osztályban a lányok év végi matematikajegyeinek átlaga 4,5, az egész osztály matematikajegyeinek átlaga pedig 4,1 volt.
c) Mennyi volt a 12.B osztályban a fiúk átlaga matematikából év végén? (4 pont)

15. Bálint szőlőt termeszt a Balaton-felvidéken. A szőlő egy részéből 100%-os szőlőlevet készít. 1 liter szőlőlé 1,3 kg szőlő felhasználásával készül. Az elkészült szőlőlevet 5 literes műanyag tasakokba töltik.
a) Hány teli tasak szőlőlé készül 4,7 tonna szőlőből? (4 pont)
Az 5 literes tasakot téglatest alakú papírdobozba teszik. A doboz éleinek hossza 12 cm, 20 cm és 25 cm.
b) Hány literes a doboz? (3 pont)
Bálint telke téglalap alakú. A telek szomszédos oldalainak aránya 3:4, területe 1,47 hektár (1 hektár = 10 000 m^2).
c) Mekkora ennek a teleknek a kerülete? (6 pont)

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Az új autók értéke a megvásárlás pillanatától kezdve csökken. A csökkenés mértékét különböző modellekkel lehet becsülni. A lineáris becslési módszer szerint az autó minden hónapban ugyanannyi forintot veszít az értékéből.
a) Egy újonnan 6 millió forintba kerülő autó értéke a lineáris becslési módszer szerint 5 év alatt csökken a felére. Hány forinttal csökken az autó értéke egy hónap alatt? (3 pont)

Az exponenciális modell szerint az új autó értéke havonta 1%-kal csökken.
b) Hány forintra csökken a 6 millió forintba kerülő új autó értéke két év alatt az exponenciális modell szerint, és ez hány százalékos csökkenést jelent az új kori értékéhez képest? (4 pont)
c) Hány hónap alatt csökken a felére az autó értéke az exponenciális modell szerint? (5 pont)

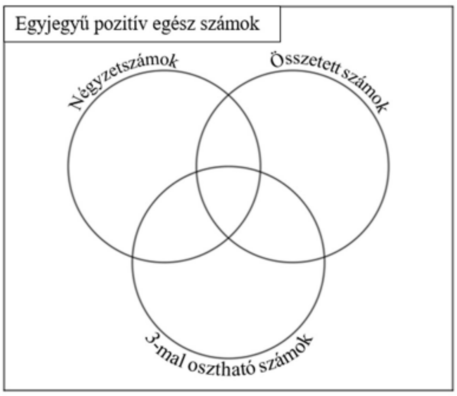
Egy autókereskedő a következő évre üzleti tervet készít. A terv szerint januárban 65 darab autót ad el, februártól kezdve pedig havonta egyre több autó eladásával számol: minden hónapban ugyanannyival növelné az értékesített autók számát az azt megelőző hónaphoz képest. Az éves terv szerint összesen 1110 darab autó eladása a cél.
d) Hány darabbal kell növelnie hónapról hónapra az eladást a terv szerint? (5 pont)

17. A képen egy kerámia tárolóedény és a parafából készült teteje látható. Az edény belseje egy csonkakúp alakú és egy ugyanolyan magasságú forgáshenger alakú részből áll. Az edény belső méretei:
alapkörének átmérője 14 cm, a hengeres rész átmérője 11 cm, az edény teljes magassága 21 cm.

a) Számítsa ki az edény térfogatát! (6 pont)
A kerámiaedény belső felületét vékony zománcréteggel vonták be.
b) Számítsa ki, hogy egy edényen hány cm2-es a zománcozott felület!
Egy szállodában 20 db egyforma fedett edényben kétféle müzlikeveréket tartanak. 5 edényben natúr, 15 edényben csokis müzli van. Egy alkalmazott a reggeli sietségben véletlenszerűen választ ki az edények közül 4-et, és ezeket egy tálcára teszi. (6 pont)
c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy a 4 edény közül egyben natúr, háromban pedig csokis müzli lesz? (5 pont)

18. a) Határozza meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! (A és B halmazokat jelöl. Válaszait itt nem kell indokolnia.) (2 pont)
I. állítás: Ha B üres halmaz, akkor A∩B üres halmaz.
II. állítás: Ha A=B, akkor A\B üres halmaz.
III. állítás: Ha A∪B = A, akkor A=B.

b) Az I. állítás megfordítása: Ha A∩B üres halmaz, akkor B üres halmaz.
Határozza meg ennek az állításnak a logikai értékét! Válaszát indokolja! (3 pont9



c) Írja be mind a kilenc egyjegyű pozitív egész számot az ábra megfelelő részébe! (5 pont)

A 0, 1, 2, 4 és 9 számjegyeket felhasználva elkészítjük az összes olyan ötjegyű számot, melyek különböző számjegyekből állnak.
d) Hány 4-gyel osztható szám van az elkészített számok között? (7 pont)

A

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{3x+1}{2}+\frac{x-1}{3}=13$ 5 pont

b) $\sqrt{x-1}=7-x$ 6 pont

14. a) Egy mértani sorozat első tagja 0,75, negyedik tagja 6. Határozza meg a sorozat hányadosát és első húsz tagjának összegét! (5 pont)
b) Egy számtani sorozat első három tagjának összege 18. A harmadik és a negyedik tag összege 28-cal nagyobb az első és a második tag összegénél. Határozza meg a sorozat első tagját és különbségét, valamint a sorozat első húsz tagjának összegét! (7 pont)

15. Egy dobozkészlet három, vékony fémlemezből készült forgáshenger alakú dobozból áll.
A legnagyobb doboz alaplapjának sugara 13 cm, magassága 18 cm. (A lemez vastagságától eltekintünk.)
a) Számítsa ki, hány liter a legnagyobb fémdoboz térfogata! (4 pont)
Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A doboz elkészítéséhez (az illesztések, a dobozfedő pereme, illetve az anyagveszteség miatt) 18%-kal több lemezre van szükség, mint amennyi egy ugyanekkora forgáshenger felszíne.
b) Hány négyzetméter lemez szükséges ahhoz, hogy a legnagyobb dobozból el lehessen készíteni 1000 darabot? (5 pont)

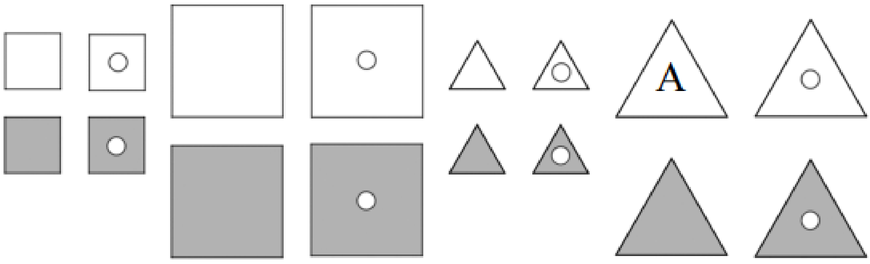
A dobozok ára egyenesen arányos az elkészítésükhöz szükséges lemez területével.
A legkisebb doboz 800 cm^2 , a középső 2000 cm^2 lemezből készül el. A két doboz ára összesen 2100 Ft.
c) Mennyibe kerül a legkisebb, és mennyibe kerül a középső doboz? (4 pont)

B

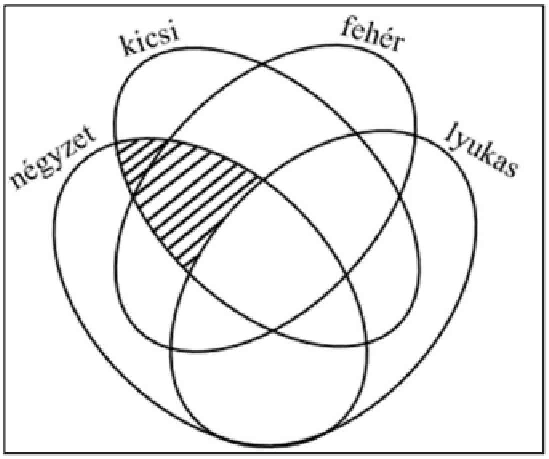
A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Adottak a koordináta-rendszerben az A(0; 4), B(1; 0), C(6; 2) és D(5; 6) pontok.
a) Írja fel az A és B pontokra illeszkedő egyenes egyenletét! (3 pont)
b) Mutassa meg, hogy az ABCD négyszög paralelogramma! (3 pont)
c) Számítsa ki az ABCD paralelogramma B csúcsánál lévő belső szög nagyságát! (6 pont)
A sokszögeket a csúcsaikhoz írt nagybetűkkel jelöljük (pl. ABCD, EFGH). A betűzés akkor „szabályos”, ha valamelyik csúcsból kiindulva és az egyik körüljárási irányban haladva a betűk ábécésorrendben követik egymást.
d) Egy négyszög négy csúcsához az E, F, G és H betűket írjuk véletlenszerű sorrendben. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a betűzés szabályos lesz? (5 pont)

17. Az ábrán látható, 16 elemű logikai készletben minden elemnek négy tulajdonsága van:
- lehet kicsi vagy nagy;
- lehet fehér vagy szürke;
- lehet lyukas vagy nem lyukas;
- lehet négyzet vagy háromszög.



A készlet egyik elemét egy A betűvel megjelöltük.



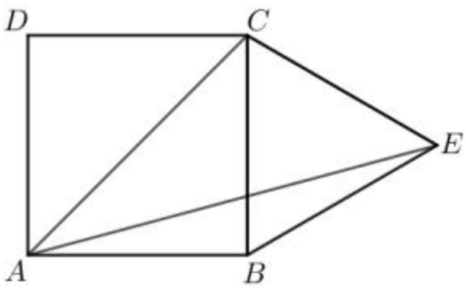
a) Helyezze el a halmazábrába az A-val jelölt elemet (írjon a megfelelő részbe egy A betűt)! 2 pont

b) **Karikázza be** a fenti készletben az összes olyan elemet, amelyik a satírozott részhalmazba tartozik! 2 pont

A 16 elemű készletből véletlenszerűen kihúzunk két elemet (visszatevés nélkül).

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kihúzott elem kicsi háromszög? 4 pont

Az $ABCD$ négyzet oldala 3 cm hosszú. A négyzet BC oldalára kifelé megrajzoltuk a BCE szabályos háromszöget az ábrán látható módon.



d) Hány négyzetcentiméter az ACE háromszög területe? 6 pont

e) Igazolja, hogy az ACE háromszög körülírt körének középpontja a B pont! 3 pont

18. Andrea és Balázs kockarulettet játszanak. Egy játék abból áll, hogy két szabályos dobókockával egyszerre dobnak. A dobás előtt a játékszelvényen megadott öt eseményre lehet fogadni úgy, hogy a játékosok minden játék előtt beírják a tétjeiket a játékszelvény megfelelő oszlopába. A tétként feltett pontokat levonják a játékos pontszámából. A szelvényen látható az egyes eseményekre a nyereményszorzó is, ami megmutatja, hogy a tétként feltett pontok hányszorosát kapják meg nyereményként, amennyiben az esemény bekövetkezik.
A játékosok 100 ponttal indulnak. A lenti ábrán Andrea játékszelvényét látjuk. Az 1. játékban 10-10-10 pontot tett fel három eseményre, és ezek után az 1 és 4 számokat dobták a kockákkal. Andrea az első téttel nem nyert, de a másik kettővel 3·10, illetve 2·10 pontot nyert. Összesen 30 pontot tett fel, és 50 pontot nyert, tehát az 1. játék után 120 pontja lett, ennyivel kezdi a 2. játékot.

ESEMÉNY	nyeremény-szorzó	TÉTEK		
		1. játék	2. játék	3. játék
A: két páros számot dobunk	4	10		
B: az egyik szám páros, a másik páratlan	3	0		
C: a számok összege kisebb, mint 6	3	10		
D: a számok szorzata páros	2	10		
E: dobunk 6-ost	3	0		
	összes tét	30		

nyeremény	50		
pontszám a játék után	120		
dobott számok	1, 4		

a) A 2. játékban Andrea ugyanerre a három eseményre fogadott 20-20-20 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Melyik számokat dobták a 2. játékban, és mennyi lett Andrea pontszáma a 2. játék után? (4 pont)

b) A 3. játékban Andrea az első három eseményre fogadott 10-10-10 ponttal, de egyikkel sem nyert. Melyik számokat dobhatták a 3. játékban? (3 pont)

c) Balázs az egyik játékban az A, a D és az E eseményre fogadott összesen 70 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Az E eseményre éppen kétszer annyi tétet tett, mint az A-ra. Hány ponttal fogadott Balázs az A eseményre, ha összesen 200 pont lett a nyereménye? (4 pont)

d) Egy másik napon már három, különböző színű szabályos dobókockával dobtak egyszerre. Az új játékhoz új eseményeket találtak ki, az egyik esemény ez volt:

Dobunk 5-öst.

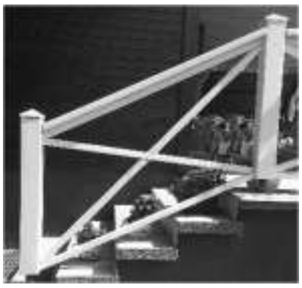
Számítsa ki ennek az eseménynek a valószínűségét! (4 pont)

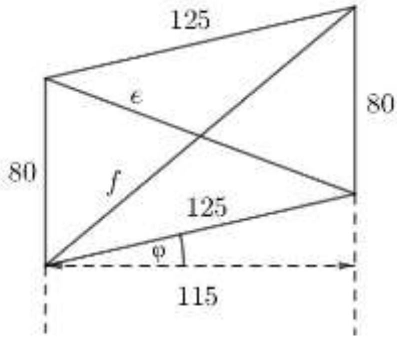
13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{2}+\frac{x-1}{3}=8$$

b) Két egymást követő egész szám négyzetének összege 10 513. Melyik ez a két szám?

14. A képen látható lépcsőkorlát egy részletének oldalnézete paralelogramma alakú. A paralelogramma függőleges oldalai 80 cm hosszúak, távolságuk 115 cm. A másik két oldal hossza 125 cm. (Az ábra jelöléseit használjuk.)





a. A ϕ szög a paralelogramma alsó oldalának a vízszintessel bezárt szöge. Számítással igazolja, hogy (egész fokra kerekítve) $\phi = 23°$!

b. Számítsa ki a paralelogramma *e* átlójának hosszát!

c. A lépcsőkorlátra szélfogót szerelnek nádszövetből. Mekkora területű nádszövettel lehet a paralelogramma alakú részt lefedni? Igaz-e, hogy a felszerelt nádszövet területe kisebb 1 m^2-nél?

15. Most induló kisvállalkozásához András üzleti tervet készít. Tervei szerint az első félévben minden hónapban 300 000 Ft lesz a havi árbevétele. Arra számít, hogy a 7. hónaptól kezdve egészen a második év végéig minden hónapban az előző hónaphoz képest 5%-os havi árbevétel-növekedést ér majd el.

a. A terv szerint mennyi lesz András havi árbevétele a 24. hónapban, és mennyi összesen a két év alatt? Válaszait tízezer forintra kerekítve adja meg!

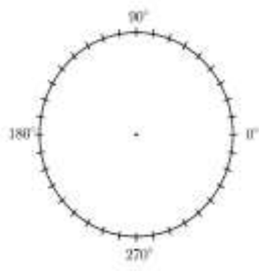
András és négy barátja: Balázs, Cili, Dóra és Endre egy ötszemélyes autóval utaznak a Balatonhoz (elöl ketten, hátul hárman ülnek). Jogosítványa csak Andrásnak és Dórának van, így csak ők vezethetik az autót.

b. Hányféle ülésrendben utazhat az autóval az öt fiatal, ha András mindenképpen Cili mellett ül?

(Az a két ember, aki elöl ül, egymás mellett ül. Két ülésrend különböző, ha van olyan ember, aki az egyik ülésrendben máshol ül, mint a másikban.)

16. Az alábbi táblázatban egy végzős osztály emelt szintű matematikacsoportjának idei próbaérettségi eredményei láthatók. A dolgozattal legfeljebb 115 pontot lehetett szerezni; 60%-tól jeles (5), 47%-tól jó (4), 33%-tól közepes (3) és 25%-tól elégséges (2) osztályzatot lehetett elérni. Az alábbi táblázatba már beírták a szerzett pontszámokat, de a jegyeket még nem mindenkihez.

	Anna	Béla	Cili	Dezső	Egon	Fruzsi	Géza	Huba	Imre
eredmény (pont)	103	61	68	72	97	55	37	39	75
osztályzat	5		4	5	5				5



a) A fenti adatok alapján egészítse ki a táblázatot a hiányzó osztályzatokkal, és készítsen kördiagramot a matematikacsoport osztályzatainak eloszlásáról!

A 33 fős osztály az utolsó tanévben három osztályprogramot szervezett: színházba, moziba, illetve kirándulni mentek. Mindenki részt vett legalább az egyik programon. Színházban és moziban is volt 13 fő, színházban és kirándulni is volt 12 fő, moziban és kirándulni is volt 10 fő. 4 olyan diák volt, aki csak egyetlen programon vett részt.

b) Hányan voltak ott mindhárom osztályprogramon?

A színház 15 soros nézőterén a második sortól kezdve minden sorban ugyanannyival több szék van, mint az előző sorban. A hatodik sorban 26 szék, a tizedik sorban 34 szék van.

c) Hány szék van összesen a nézőtéren?

17. A ceruzagyártás folyamatának egyik eleme a ceruzabél készítése. A grafitból, agyagból és koromból álló masszából egy gép először 20 cm átmérőjű, 25 cm magas hengereket présel. A még képlékeny állapotú hengerekből – hulladék keletkezése nélkül – készül a 2 mm átmérőjű hengeres ceruzabélszál.

a) Összesen hány méter hosszú ceruzabélszál készül egy hengerből?

Egy ceruzagyárban jelenleg az ott dolgozó nők és férfiak aránya $3:2$. Ha felvennének még 5 nőt és 6 férfit, akkor ez az arány $4:3$-ra módosulna.

b) Hány nő és hány férfi dolgozik jelenleg a gyárban?

Ha egy ceruza leesik az asztalról, akkor 0,2 a valószínűsége annak, hogy kitörik a hegye. Ervin macskája lesodor egy ceruzakészletet az asztalról, így a ceruzák sorban leesnek a földre.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 12 leeső ceruzából legfeljebb egy ceruzának törik ki a hegye?

18. Az asztalon összesen 36 darab színes papír sokszög van, egy részük háromszög alakú, a többi négyszög alakú. Mindegyik vagy piros, vagy kék színű. 24 sokszög piros, 27 pedig háromszög alakú. Kék négyszögből 5 darab van.

a) Hány piros háromszög van az asztalon?

A 36 sokszögből véletlenszerűen kiválasztunk kettőt (visszatevés nélkül).

b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét választott sokszög háromszög?

Adott egy háromszög három csúcsa a koordinátasíkon: $A(1;\ 2)$, $B(5;\ 0)$ és $C(6;\ 7)$.

c) Igazolja, hogy az ABC háromszög egyenlő szárú!

d) Határozza meg az ABC háromszög területét!

2023. május 9. II. rész

13. Adott a valós számok halmazán értelmezett f függvény: $x \mapsto (x+3)^2 - 2{,}25$.

a) Mit rendel az f függvény az $x = 1$-hez?

b) Adja meg az f függvény zérushelyeit!

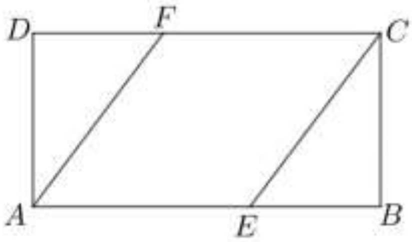
c) Az alábbi mondatban húzza alá a megfelelő szót (maximuma vagy minimuma), és egészítse ki a mondatot a pontozott helyeken a hiányzó számokkal úgy, hogy igaz állítást kapjon!

Az f függvénynek az $x =$ …… helyen maximuma / minimuma van, melynek értéke …… .

d) Adja meg az alábbi állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja!

Az f függvény értékkészlete a valós számok halmaza.

14. Az $ABCD$ téglalap AB oldalának hossza 12 cm, a BC oldal hossza 6 cm. A téglalapba az $AECF$ rombuszt írjuk az ábrán látható módon (E az AB oldal, F a CD oldal egy pontja).



a. Igazolja, hogy a rombusz oldalainak hossza 7,5 cm!

b. Számítsa ki a rombusz belső szögeinek nagyságát!

Hány százaléka a rombusz területe a téglalap területének?

15. Az ENSZ felmérése szerint a Föld népessége 8 milliárd fő volt 2022 végén A Földön a népességnövekedés mértéke jelenleg körülbelül évi 1%.

a) Hány fő élne 2100 végén a Földön, ha addig folyamatosan évi 1% lenne a népességnövekedés?

b) Melyik évben érné el a 12 milliárd főt a Föld népessége évi 1%-os növekedés mellett?

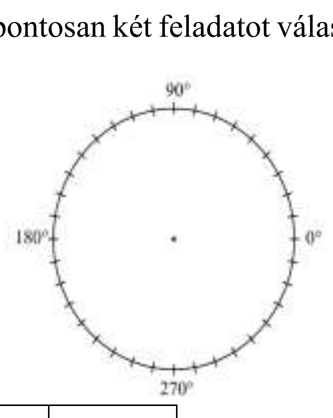
Az ENSZ becslése szerint 2100 végére 10,35 milliárd fő lesz a Föld népessége.

c)2022 végétől kezdve évente hány százalékkal kellene növekednie a népességnek ennek eléréséhez, ha minden évben ugyanannyi százalékkal nőne a népesség?

16. A középszintű matematika érettségi vizsgán minden vizsgázó pontosan két feladatot választ a 16-17-18. feladatok közül. Az egyik 24 fős érettségiző csoportban a vizsgázók 75%-a választotta a 16-os, 62,5%-a pedig a 17-es feladatot.

a) A csoportban a vizsgázók hány százaléka választotta a 18-as feladatot?

A csoportban az alábbi osztályzatok születtek a matematika középszintű vizsgán.



Osztályzat	1	2	3	4	5
Darabszám	0	2	9	6	7

b) Számítsa ki az osztályzatok átlagát ebben a csoportban!

c) Adja meg az osztályzatok móduszát, mediánját és terjedelmét ebben a csoportban!

d) Ábrázolja kördiagramon az osztályzatok eloszlását ebben a csoportban!

Az érettségi elnök a javítások átnézése céljából a fenti 24 matematikadolgozat közül kiválaszt nyolcat úgy, hogy 2-esből, 3-asból, 4-esből és 5-ösből is pontosan kettő szerepeljen a kiválasztottak között.

e) Hányféleképpen választhat ki ilyen módon nyolc dolgozatot?

17. Az *ABCD* trapéz *AB* alapja 24 cm, a többi oldala 12 cm hosszú.

a) Igazolja, hogy a trapéz *A* csúcsánál lévő belső szög 60°-os!

b) Számítsa ki a *BD* átló hosszát!

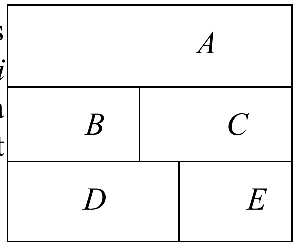
A trapézt megforgatjuk a szimmetriatengelye körül.

c) Számítsa ki a keletkező forgástest térfogatát!

Egy trapéz alakú területre szőlőt telepítettek, az első sorba 120 szőlőtőkét, az utolsóba 240-et. A második sortól kezdve minden sorba ugyanannyival több szőlőtőke került, mint az előzőbe. Összesen 7380 darab szőlőtőkét ültettek el.

d) Az első 20 sorba kizárólag olaszrizlingtőke került, és máshova ebből a fajtából nem ültettek. Számítsa ki a telepített olaszrizlingtőkék számát!

18. A vázlatos ábra egy szántóföld felosztását mutatja az öt tulajdonos között. Szeretnénk elkészíteni a szántóföldhöz tartozó *szomszédsági gráfot*, amelyben két csúcs pontosan akkor van összekötve éllel, ha a két csúcs által jelölt földterület szomszédos. (Két földterület szomszédos, ha van közös határolószakasza.)



a) Rajzolja fel ehhez a szántóföldhöz a szomszédsági gráfot!

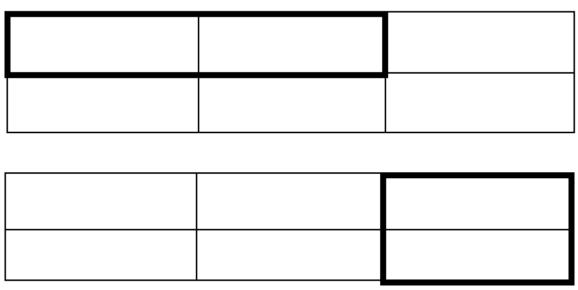
A *négyszögöl* a mai napig használt (nem hivatalos) mértékegység a telkek, szántóföldek területének mérésére. 1 négyszögöl egyenlő az 1 *öl* oldalhosszúságú négyzet területével. Tudjuk, hogy egy hektár (10 000 m^2) kb. 2780 négyszögöl.

b) Számítsa ki, hogy egy öl hány méter!

Egy falu vezetése úgy dönt, hogy a falu határában egy sík területet felparcelláznak 12 egyforma telekre, és ezen a területen a faluban letelepülő fiatal családoknak jelképes, 1 Ft-os áron adnak el 1-1 telket. Az akcióra végül 14 család jelentkezik (köztük a Kovács és a Szabó család), ezért a 14 család közül sorsolják ki a 12 nyertest.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a Kovács és a Szabó család is a nyertesek között lesz!

Az alábbi ábra vázlatosan mutatja a 12 egybevágó, téglalap alakú telek elhelyezkedését. Végül a nyertesek közé bekerült két, egymással jó viszonyban lévő család, akik úgy döntöttek, hogy két szomszédos telket vesznek meg, és a két telek köré úgy építenek kerítést, hogy a két telket nem választják el egymástól kerítéssel. Tudjuk, hogy ha a két szomszédos telek a rövidebb oldalával csatlakozik egymáshoz, akkor 228 méter kerítésre, ha a hosszabb oldallal csatlakozik egymáshoz, akkor 156 méter kerítésre lesz szükségük összesen. (Az ábrán vastag vonallal jelöltük a kerítést a két esetben.)



d) Mekkora egy telek területe?

2023 május 9. magyar

13. Az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 számokat leírtuk egy lapra. Két különböző számot pontosan akkor kötünk össze egy vonallal (éllel), ha az egyik szám osztója a másiknak (de egyik számot sem kötjük össze önmagával). Így egy hatpontú gráfot kapunk.

a) Rajzolja fel a kapott gráfot!

b) Adja meg az alábbi két állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszait indokolja!

I. Van olyan pozitív egész szám, amelynek 4 darab pozitív osztója van.

II. Ha az n egész szám nem osztója az m egész számnak, akkor n és m relatív prímek.

Tekintsük az alábbi két eseményt.

A: Egy szabályos dobókockával egyszer dobva a dobott szám osztója a 24-nek. B: Egy szabályos dobókockával kétszer dobva egyik dobás sem 6-os.

c) Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége?

14. Fizikaórán egy lejtőn lecsúszó test gyorsulását vizsgálták pármunkában a tanulók. A hat mérőpár mindegyike négy mérést végzett.

Az Emma-Norbi mérőpár négy mérésének eredménye:

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés
gyorsulás (m/s^2)	1,9	2,0	1,8	2,3

a. Számítsa ki Emma és Norbi négy mérésének a szórását!

A másik öt mérőpár 20 mérésének átlaga pontosan 1,9 m/s^2 lett.

b. Mennyi a hat mérőpár 24 mérésének átlaga? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Egy másik mérés alkalmával a tanulók a talaj szintjéről függőlegesen fellőtt, majd a talajra visszahulló golyó mozgását vizsgálták. Méréseik szerint a golyó talajtól mért h távolsága a következő összefüggésben van a fellövés pillanatától eltelt t idővel:

$h(t) = 6t - 5t^2$. (Az időt másodpercben, a távolságot méterben mérjük.)

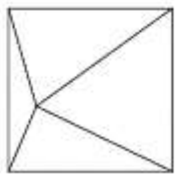
c. A képlet alapján hány méterre van a talajtól a golyó a fellövéstől számított 0,5 másodperc elteltével?

d. A fellövéstől számítva hány másodperc elteltével lesz a golyó a talaj fölött 1 méter magasságban?

15. Egy 4 cm oldalú négyzetbe két olyan szakaszt húzunk, amelyek az egyik csúcsnál lévő derékszöget harmadolják.

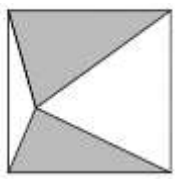
a. Mekkora az így keletkező, az ábrán szürkére színezett háromszög területe?

Jelöljük ki egy ugyanekkora négyzetnek egy belső pontját, és a pontot kössük össze a négyzet csúcsaival az ábrán látható módon. A keletkező háromszögek belsejét kiszínezzük kék, zöld vagy sárga színnel. Mindhárom színt felhasználjuk, és minden háromszöget csak egy színnel színezünk. Az oldalukkal egymáshoz csatlakozó háromszögek nem lehetnek azonos színűek.



b. Hányféleképpen színezhető ki a négyzet a feltételeknek megfelelően?

Tekintsük a 4 cm oldalú négyzetbe rajzolt háromszögek közül a két-két szemközti háromszög területének összegét.



c. Igazolja, hogy ez a két területösszeg egyenlő, azaz az ábrán látható szürke terület ugyanakkora, mint a fehér terület!

2023. október 17.

16. Oldja meg az alábbi két egyenletet a valós számok halmazán!

a) $2 \cdot \sqrt{3-x} = x+5$

b) $\frac{x}{x+1} + \frac{x^2}{x^2-1} = 2$

Egy számtani sorozat első tagja 18. A sorozat első hat tagjának összege egyenlő a sorozat első hét tagjának összegével.

c) Mutassa meg, hogy a sorozat első tizenhárom tagjának az összege 0, és számítsa ki a sorozat tizenharmadik tagját!

17. A 2018-as esztendőben az *A* kisüzem 500 millió forint, a *B* kisüzem 400 millió forint értékű terméket állított elő. A hosszú távú fejlesztési tervek szerint az *A* üzem évi 5%kal, a *B* üzem évi 6%-kal növeli a termelési értékét.

a) Számítsa ki, hogy a tervek szerint a következő 20 év alatt (2019-től 2038-ig) összesen hány millió forint értékű terméket állítanak elő az *A* üzemben!

Egy gazdasággal foglalkozó portálon nyilvánosságra hozták a fenti terveket. A cikkhez kapcsolódó fórumon vita bontakozott ki. Az egyik hozzászóló szerint a következő időszakban évről évre egyre kisebb lesz a két üzem éves termelési értéke közötti különbség.

b) Számítsa ki a megadott táblázat hiányzó adatait, és igazolja, hogy ez a kijelentés nem igaz!

	2018	2019	2020	2021
A üzem termelésének értéke (millió Ft)	500			
B üzem termelésének értéke (millió Ft)	400			

A vitafórum egy másik résztvevője szerint éppen ellenkezőleg: a két üzem éves termelési értéke közötti különbség az évek múlásával egyre nagyobb lesz, és a *B* üzem termelési értéke soha nem fogja meghaladni az *A* üzem termelési értékét. Egy harmadik hozzászóló szerint ez sem igaz.

c) Számítsa ki, hogy melyik évben éri utol a *B* üzem termelésének értéke az *A* üzem termelésének értékét! (Feltételezzük, hogy a termelések értéke valóban a tervek szerint alakul.)

18. A Gömbvarázs desszert dobozának alakja szabályos hatszög alapú hasáb, melynek minden alapéle 5 cm, magassága pedig 3 cm hosszú. A desszert hat csokigömböt tartalmaz. Mindegyik csokigömb átmérője 2,8 cm.

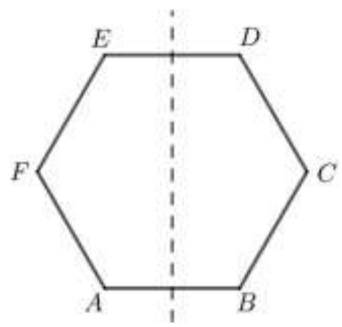
a) Hány százaléka a hat csokigömb térfogata a doboz térfogatának?

A Gömbvarázs desszertbe kerülő csokigömböket aranyszínű vagy piros papírba csomagolják. Az adagológép véletlenszerűen, egyesével ejt $\frac{1}{3}$ valószínűséggel piros, $\frac{2}{3}$ való-
színűséggel pedig aranyszínű gömböt a dobozokba, mindegyikbe összesen hatot.

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az egy dobozba kerülő hat gömb közül legalább öt aranyszínű!

Az *ABCDEF* szabályos hatszög minden oldala 5 cm hosszú. A hatszöget megforgatjuk az *AB* oldal felezőmerőlegese körül.

c) Számítsa ki az így keletkező forgástest felszínét!



2023. október 17.

13. Adott a valós számok halmazán értelmezett *f* függvény: $f(x) = (x-3)^2 + 2$.

a) Mit rendel az *f* függvény az $x = 3{,}5$-hez?

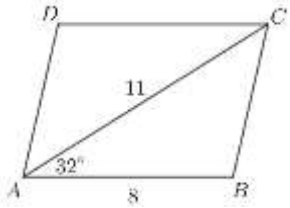
b) Mely számokhoz rendeli az *f* függvény a 6-ot?

c) Válassza ki az alábbiak közül az *f* függvény értékkészletét!

A: $[-3; \infty[$ B: $[2; \infty[$ C: $[3; \infty[$ D: $[2; 3]$ E: $\mathbf{R}$

d) Oldja meg az $x^2 + 6x + 11 <= 3$ egyenlőtlenséget az **egész** számok halmazán!

14. Az *ABCD* paralelogramma *AB* oldala 8 cm, *AC* átlója 11 cm hosszú. Az *AB* oldal és az *AC* átló 32□-os szöget zár be egymással.

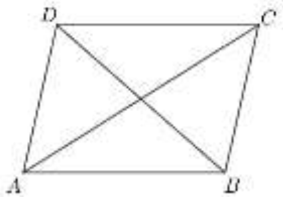


a. Számítsa ki a *BC* oldal hosszát!

b. Számítsa ki a paralelogramma területét!

Az *AC* átló felezőpontjából az *AB*-re bocsátott merőleges szakasz talppontját jelölje *T*.

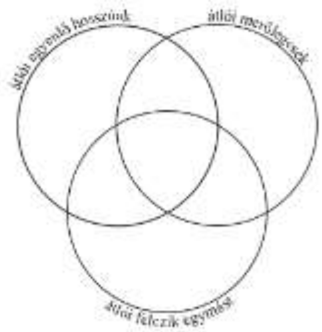
c. Számítsa ki, mekkora részekre osztja az *AB* oldalt a *T* pont!



Az *ABCD* paralelogrammát a két átlója négy tartományra osztja. Ezeket kiszínezzük pirosra, sárgára vagy kékre úgy, hogy minden színt legalább egy tartomány kiszínezéséhez felhasználunk, és oldalszomszédos tartományok nem lehetnek azonos színűek. (Minden tartományt egy színnel színezünk ki.)

d. Hányféleképpen színezhető ki a feltételeknek megfelelően a paralelogramma? (Két színezést különbözőnek tekintünk, ha van olyan tartomány, amelyik a két színezésben eltérő színű.)

15. a) A *H* alaphalmaz a négyszögek halmaza. Az alábbi Venn-diagramon a *H* három részhalmaza látható. Írja be az alábbi négyszögek betűjelét a diagram megfelelő részébe!



N: Egy négyzet.

T: Egy téglalap, melynek oldalai 3, illetve 5 cm hosszúak.

R: Egy rombusz, melynek egyik szöge 60 fokos.

b) Határozza meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszait indokolja!

P: Egy paralelogramma, melynek oldalai 3, illetve 5 cm hosszúak, és egyik szöge 60°fokos.

I. Ha az *A* és a *B* halmaznak is két eleme van, akkor az *A* unió *B* halmaz négyelemű.

II. A kétjegyű négyzetszámok halmazának hat eleme van.

16. Az előző tanévben Janka történelemből kapott első három jegye 3, 3, 4 volt. A tanév hátralevő részében már csak ötösöket kapott.

a) Hány ötöst kapott összesen történelemből Janka, ha tudjuk, hogy a tanév végén éppen 4,5 lett az átlaga?

Janka a szüleitől minden hónapban annyiszor 1000 Ft zsebpénzt kap, ahányadik évfolyamra éppen jár. (Az elsőtől a tizenkettedikig Janka egy-egy évfolyamra mindig 12 hónapig jár.)

b) Összesen mennyi zsebpénzt kap Janka a 12 év alatt, amíg elvégzi az általános és a középiskolát?

Egy mértani sorozat hányadosa 3, a sorozat első kilenc tagjának az összege 59 046.

c) Határozza meg a sorozat első és kilencedik tagját!

Egy bankban 50 000 Ft-ot helyezünk el évi *p* százalékos kamatos kamatra. Három év elteltével a kamatokkal növelt összeg 59 046 Ft.

d) Számítsa ki *p* értékét!

2023. október 17.

17. Egy gyorsvonat (a mozdony mögött) öt másodosztályú személykocsiból, egy kerékpárszállító kocsiból, valamint egy étkezőkocsiból áll.

a) Hányféle sorrendben állíthatják össze a hét kocsit, ha a másodosztályú személykocsikat nem különböztetjük meg egymástól?

Ha jegykiadó automatából vásároljuk meg a vonatjegyünket, akkor a jegy árából 5% kedvezményt kapunk.

b) Hány Ft annak a vonatjegynek a kedvezmény nélküli ára, melyért (jegykiadó automatából vásárolva) 3040 Ft-ot fizettünk?

2022 januárjában egy havi vasúti tanulóbérlet ára 30 km-es távolságra 2140 Ft volt (erre további kedvezmény nem járt). Ugyanerre a távolságra egy tanulónak a menetjegy ára 280 Ft volt, amelyből 5% kedvezményt kapott az utas, ha jegykiadó automatából vásárolta meg a jegyet.

A középiskolás Ábel ebben a hónapban többször utazott vonattal ezen a 30 km-es távolságon, így már jobban megérte neki havi tanulóbérletet venni. Ha eggyel kevesebbszer utazott volna, akkor viszont olcsóbb lett volna egyesével (jegykiadó automatából) jegyeket vásárolnia.

c) Hányszor utazott ebben a hónapban Ábel ezen a 30 km-es távolságon?

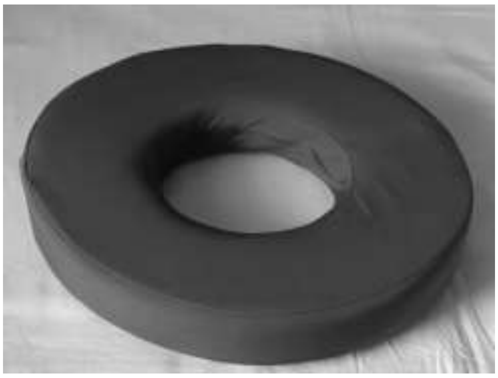
A négytagú Kiss és az öttagú Nagy család vonattal utazott közös nyaralásuk helyszínére. A Kiss család két teljes árú, egy 20%-os mérséklésű és egy 50%-os mérséklésű menetjegyet, valamint négy gyorsvonati pótjegyet vett a jegypénztárban. Ezekért összesen 7960 Ft-ot fizettek.

A Nagy család öt 90%-os mérséklésű menetjegyet és öt gyorsvonati pótjegyet vett a jegypénztárban. Ők ezekért összesen 1975 Ft-ot fizettek.

(A gyorsvonati pótjegyek ára egységes. A 20%-os, 50%-os, illetve 90%-os mérséklésű menetjegy azt jelenti, hogy a jegy ára a teljes árú menetjegy áránál rendre annak 20, 50, illetve 90%-ával kevesebb.)

d) Mennyibe került az adott utazáson egy teljes árú menetjegy, és mennyibe került egy gyorsvonati pótjegy?

18. Egy párnákat gyártó cég a képen látható ülőpárnát szivacsból készíti, majd szövettel befedi. A szivacsból először egy 42 cm átmérőjű, 7 cm magasságú körhengert vágnak ki. Ezután a henger közepéből kivágnak egy 18 cm átmérőjű kisebb körhengert. (A két henger alapkörének középpontja egybeesik.)



a) Számítsa ki a párna szivacsos részének térfogatát!

b) Mennyi szövetre van szükség 30 párna befedéséhez? Válaszát négyzetméterben, egészre kerekítve adja meg! (A veszteségektől itt eltekintünk.)

A gyártás során egy párna 0,03 valószínűséggel selejtes lesz.

Határozza meg annak a valószínűségét, hogy 30 legyártott párnából legfeljebb egy lesz selejtes!

A

13. **a)** Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$18 \cdot (7x + 96) + 19 \cdot (5x - 56) = 1990$

b) Írja fel az 1896 és az 1956 prímtényezős felbontását, és adja meg az 1896 és az 1956 összes közös (pozitív) osztóját!

a)	4 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	9 pont	

14. Egy szabályos tízszög egy oldalának hossza 10 cm.

a) Igazolja, hogy a tízszög egy belső szöge 144°-os!

b) Számítsa ki a tízszög területét!

Egy szabályos sokszög átlóinak a száma 2015.

c) Hány oldalú a sokszög?

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	13 pont	

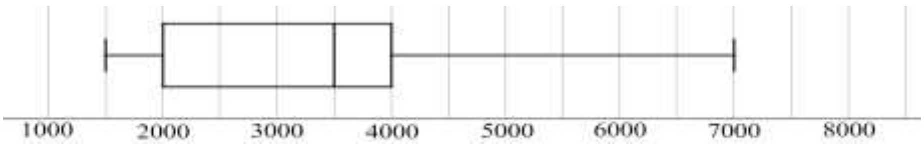
15. Egy étteremben az üdítőitalok árát deciliterenként adják meg. Tudjuk, hogy 3 dl almalé és 5 dl baracklé összesen 1010 Ft-ba, 5 dl almalé és 3 dl baracklé pedig 990 Ft-ba kerül.

a) Mennyibe kerül egy dl almalé, és mennyibe egy dl baracklé?

Egyik este Anna, Bella és Cili együtt mentek vacsorázni. A vacsorához Anna almalevet, Bella baracklevet, Cili citromos teát rendelt. A pincér sajnos elfelejtette, hogy ki melyik üdítőt rendelte, és véletlenszerűen osztja ki nekik a három italt. (6 pont)

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy egyikük sem azt az italt kapja, amit rendelt!

Az étterem vezetője év végén összesítette, hogy az év során az egyes asztaloknál mennyit fizettek egy-egy alkalommal a vendégek az üdítőitalokért. Az összesítés után a kapott adatokat az alábbi sodrófadiagramon ábrázolta. (4 pont)



c) Az alábbi kijelentések a fenti diagramon ábrázolt adatokra vonatkoznak. Állapítsa meg minden kijelentésről, hogy igaz, hamis, vagy az adatok alapján ezt nem lehet eldönteni! Tegyen X-et a megfelelő cellába! Válaszait itt nem kell indokolnia. (4 pont)

	Igaz	Hamis	Nem lehet eldönteni
Az adatok terjedelme 7000 Ft.			
A kifizetett összegek átlaga 3500 Ft.			
A kifizetett összegek kb. 25%-a legalább 4000 Ft volt.			
Volt olyan asztal, ahol 2500 Ft-ot fizettek.			

A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Péter matematikatanára az érettségire való felkészülés közben az egyik hétvégére – szorgalmi feladatként – négy függvény ábrázolását tűzte ki a diákoknak. Péter azt tervezi, hogy ezek közül legalább kettőt meg fog csinálni.

a) Hányféleképpen választhat ki Péter a négy függvény közül **legalább** kettőt? (Két kiválasztást különbözőnek tekintünk, ha van legalább egy olyan függvény, amelyik az egyik kiválasztásban szerepel, a másikban pedig nem.) (5 pont)

Egy (a derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolt) lineáris függvény grafikonja átmegy a (12; 7) és a (13; 9) pontokon.

b) Adja meg a lineáris függvény hozzárendelési szabályát $y = mx + b$ alakban! (4 pont)

c) Írja fel a (12; 7) középpontú, 15 egység sugarú kör egyenletét, és számítsa ki a kör és az y tengely metszéspontjainak koordinátáit! (8 pont)

17. A szolnoki cukrászdák különleges süteménye a szolnoki habos isler. A habos isler alsó és felső része egy-egy 0,5 centiméter vastagságú, 6 cm átmérőjű henger alakú tésztalap. A két tésztalap között pedig 90 ml henger alakú hab található.

a) Hány cm^3 a két tésztalap együttes térfogata? (3 pont)

b) Hány cm a két tésztalap közötti, habbal kitöltött hengeres rész átmérője, ha a sütemény teljes magassága 5 cm? (6 pont)

Az islereket a készítés utolsó fázisában leöntik csokival. Néha előfordul, hogy a csoki megdermedéskor megreped, az ilyen islert a cukrászdában nem szolgálják fel. Annak a valószínűsége, hogy egy isleren a csokimáz megreped 0,03. Az egyik cukrászdában szerdán 30 islert készítenek.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy ezen a napon egyetlen isleren sem reped meg a csokimáz, és így mindet fel lehet szolgálni! (3 pont)

A cukrászdában szerdánként akciós áron kínálják az islert, a zserbót és a krémest. Az egyik szerda délelőtt az asztaloknál ülő vendégek összesen 20 rendelést adtak le. Volt 1 olyan rendelés, amelyben mindhárom sütemény szerepelt, és 2 olyan, amelyikben egyik sem. A rendelések között 5 olyan volt, amelyben zserbó és krémes is szerepelt, 3 olyan, amelyben zserbó és isler is, és 6 olyan, amelyben isler és krémes is. 9 olyan rendelés volt, amelyben szerepelt zserbó. Tudjuk, hogy ugyanannyi rendelésben szerepelt krémes, mint amennyiben isler.

d) Hány olyan rendelés volt szerda délelőtt, amelyben a három sütemény közül csak a krémes szerepelt? (6 pont)

18. Egy elektromos autó egyik alkatrészéhez tartozó áramköri elem szemléltethető egy olyan hatpontú gráffal, melynek hat éle van, és amelyben öt pont fokszáma ismert: 1, 2, 2, 3, 3.

a) Adja meg a hatodik csúcs fokszámát, és rajzoljon fel egy olyan gráfot, amely a feltételeknek megfelel! (4 pont)

Az elektromos autók által egy feltöltéssel megtehető távolságot az autó hatótávolságának nevezzük. Ádám egy újságcikkben azt olvasta, hogy míg 2011-ben átlagosan csak 95 km volt egy elektromos autó hatótávolsága, addig ez az érték 2023-ra 425 km-re nőtt.[1] Ádám arra kíváncsi, hogy ha a 2011 és 2023 között tapasztalható tendencia folytatódik, akkor melyik évben éri el az elektromos autók átlagos hatótávolsága az 1000 km-t. Ehhez két modellt alkot. Az egyik esetben úgy számol, hogy évről évre **ugyanannyival** nő az átlagos hatótávolság az előző évihez képest.

b) Ezzel a modellel számolva melyik évben éri el az átlagos hatótávolság az 1000 km-t? (6 pont)

A másik esetben úgy számol, hogy évről évre **ugyanannyiszorosára** nő az átlagos hatótávolság az előző évihez képest.

c) Ezzel a modellel számolva melyik évben éri el az átlagos hatótávolság az 1000 km-t? (7 pont)

A

13. a) A piacon az egyik zöldségesnél egy vásárló 4 kg krumplit és 3 kg hagymát vásárolt, amiért összesen 1570 Ft-ot fizetett. A sorban utána következő vásárló 2 kg krumpliért és 1 kg hagymáért 700 Ft-ot fizetett. Mennyibe került 1 kg krumpli, és menynyibe került 1 kg hagyma ennél a zöldségesnél? (6 pont)

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán! (6 pont)

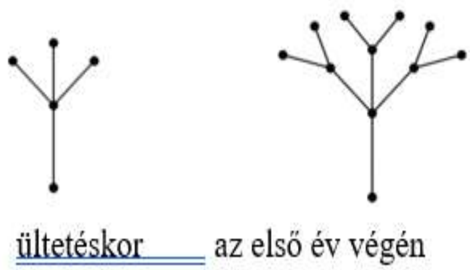
$$4 + 2x(x - 1) = (x + 1)^2$$

14. Dóri egy 6 cm átmérőjű, 10 cm magas forgáshengert készített gyurmából. Később a húga, Panni ugyanebből a gyurmamennyiségből egy szintén forgáshenger alakú „kígyót” formált, de az már 40 cm hosszú lett.

a) Hány centiméter a Panni által formált kígyó átmérője?
Dóri másnap – egy forma segítségével – piramisokat készített gyurmából. Az egyik piramis alakja egy olyan négyzet alapú gúla lett, amelynek alapéle 8 cm, és minden oldaléle 9 cm hosszúságú. (6 pont)

b) Mekkora ennek a gúlának a térfogata? (6 pont)

15. Egy frissen elültetett fa törzséből három ág indult ki. Az első évben minden ág végén két újabb ág hajtott ki. Az alábbi ábrák egy-egy gráfon szemléltetik a fa ágszerkezetét ültetéskor, illetve az első év végén. Az elágazásokat és az ágak végét tekintjük a gráf pontjainak, az ágakat pedig a gráf éleinek (a fa törzsét is egy élnek tekintjük).



a) Hány éle és hány pontja van a gráfnak az első év végén? (2 pont)
A második év végére az első évben kihajtott ágak végén két új ág hajt ki. És így tovább: minden évben az azt megelőző évben kifejlődött ágak végén két új ág hajt ki.

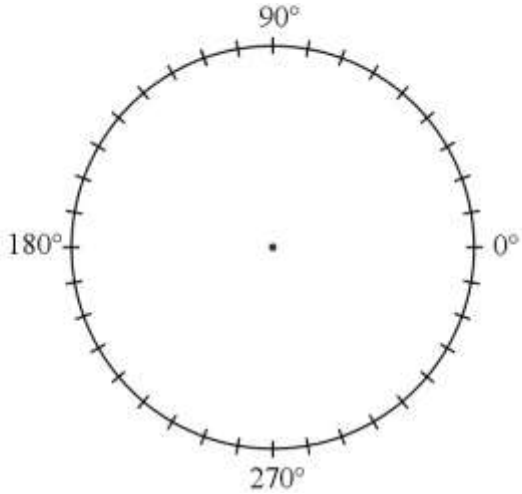
b) Hány éle van összesen annak a gráfnak, amely a negyedik év végén ábrázolja a fát?
Egy kertészetben facsemetéket ültettek el egy trapéz alakú területen 17 sorban. Az első sorba 12 facsemete, a másodikba 15, a harmadikba 18 került, és így tovább: minden sorba 3-mal több facsemetét ültettek el, mint az előzőbe. (5 pont)

c) Hány facsemetét ültettek az utolsó sorba, és hány facsemete van összesen a területen? (5 pont)

16. Hajni gyakorolt a matematika érettségi vizsgára, ezért az abszolútértékes, a lineáris, a másodfokú és a négyzetgyökös függvényekből összesen 24 darabnak a grafikonját rajzolta fel a füzetébe. Ezek eloszlását kördiagramon szeretnénk ábrázolni, az alábbi táblázat adatai alapján.

a) Töltse ki a táblázat üres celláit, és készítse el a kördiagramot! (7 pont)

Függvény típusa	Darabszám	Középponti szög
Abszolútértékes függvény	5	
Lineáris függvény		135°
Másodfokú függvény	6	
Négyzetgyökös függvény		



Hajni ábrázolta az $f(x) = (x-3)^2 - 4$ másodfokú függvényt is ($x \in \mathbf{R}$).

b) Jellemezze az f függvényt a következő szempontok szerint: zérushelyek, monotonitás, szélsőérték (típus, hely és érték), értékkészlet! (10 pont)