

# SZÁMTANI SOROZAT ÖSSZEGKÉPLETE

---

2023



**I. FELADAT:** EGY TÉR EGYIK RÉSZÉT 50 SORBAN DÍSZKŐVEL BORÍTOTTÁK.  
AZ ELSŐ SORBA 26 DÍSZKÖVET TETTEK, ÉS MINDEN KÖVETKEZŐ SORBA 2-VEL  
TÖBBET, MINT AZ ELŐZŐ SORBA. HÁNY DÍSZKŐ VAN A TÉREN?



# SZÁMTANI SOROZAT ÖSSZEGKÉPLETE

- a sorozat első  $n$  tagjának összege:  $S_n$ .

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

- Bizonyítsuk be, hogy a sorozat első  $n$  tagjának összege:

## *Bizonyítás*

Írjuk fel az első  $n$  tag összegét előbb az indexek növekvő, majd csökkenő sorrendjében!

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1$$

Adjuk össze a két egyenletet!

$$2 \cdot S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_1 + a_n)$$

Ebben a kifejezésben  $n$  darab zárójeles tag van.

Megfigyelhető, hogy ezek a tagok egyenlők, hiszen

- az  $a_2$   $d$ -vel nagyobb az  $a_1$ -nél, az  $a_{n-1}$   $d$ -vel kisebb az  $a_n$ -nél; ( $a_2 = a_1 + d$  és  $a_{n-1} = a_n - d$ ),
- az  $a_3$   $2d$ -vel nagyobb az  $a_1$ -nél, az  $a_{n-2}$   $2d$ -vel kisebb az  $a_n$ -nél;  
( $a_3 = a_1 + 2d$  és  $a_{n-2} = a_n - 2d$ ),
- és így tovább.

$$\text{Tehát } 2 \cdot S_n = n \cdot (a_1 + a_n). \Rightarrow S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n.$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n.$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

**I. FELADAT:** EGY TÉR EGYIK RÉSZÉT 50 SORBAN DÍSZKŐVEL BORÍTOTTÁK. AZ ELSŐ SORBA 26 DÍSZKÖVET TETTEK, ÉS MINDEN KÖVETKEZŐ SORBA 2-VEL TÖBBET, MINT AZ ELŐZŐ SORBA. HÁNY DÍSZKŐ VAN A TÉREN?

$$a_1=26 ; d= 2 ; n= 50 ; S_{50}= ?$$

$$S_{50} = \frac{2 \cdot 26 + 49 \cdot 2}{2} * 50 = 3750$$

# FELADATOK

$a_1$	$d$	$n$	$a_n$	$S_n$
129	-10	13		
	5,3	21	112	
-8			22	77
	-1	27	48	

$a_1$	$d$	$n$	$a_n$	$S_n$
129	-10	13	9	897
6	5,3	21	112	1239
-8	3	11	22	77
74	-1	27	48	1647



# ÉRETTSÉGI FELADAT

1.) 55 darab egymást követő pozitív páratlan szám összege 3905. Melyik az összegben az első, illetve az 55. páratlan szám?

2.) Zsuzsa nagyszülei elhatározzák, hogy Zsuzsa 18. születésnapjára 90 000 Ft-os vásárlási utalványt adnak neki ajándékba. Ezért 18 hónapon keresztül minden hónapban félretesznek valamekkora összeget úgy, hogy a 18. születésnapon éppen 90 000 forintjuk legyen erre a célra. Az első hónap után mindig 200 forinttal többet tesznek félre, mint az előző hónapban. Mennyi pénzt tesznek félre az első, és mennyit az utolsó alkalommal?

# FELADATOK

Egy kis üzlet tulajdonosa 5 láda sóletkonzervet szeretne elrendezni gúla alakban. Mindegyik ládában 24 konzerv van. Mindegyik sorba 1-gyel kevesebbet tesz, mint az alatta lévőbe. El tudja-e rendezni a konzerveket úgy, hogy a legfelső sorba egyet tesz? Ha igen, hányat tegyen a legalsó sorba? Milyen magas lesz a gúlája, ha egy konzerv 12 cm magas?  
Hány konzerv kellene egy 3 m magas gúlához?

Az  $\{a_n\}$  számtani sorozatban az első tag 15, a differencia  $-1,2$ . Mennyi a sorozatban

1. az első 10 tag összege?

2. az első 16 tag összege?

3. az első 26 tag összege?

# FELADATOK

Egy stadion nézőterén az első sorban 340 ülés van, minden következő sorban 30 ülésel több, mint az előző sorban. Hány nézőnek van ülőhely a stadionban, ha a sorok száma összesen 27?

Egy számtani sorozatban  $a_1 = -5$ ,  $a_6 = 5$ . Számítsd ki  $d$ ,  $a_{25}$  és  $S_{25}$  értékét!

Egy számtani sorozatban  $a_3 = 6$ ,  $a_{10} = -15$ . Számítsd ki  $d$ ,  $a_1$ ,  $a_{20}$  és  $S_{20}$  értékét!





